

ROBERTO ARALDI¹

IN TEMA DI INVESTIMENTI FINANZIARI

Dal Paradigma Lineare alla Teoria della Complessità

Estratto

Questo paper si propone di indagare come alcuni concetti e teorie provenienti dalla fisica e dalla psicologia possano interagire in un unico sistema, capace di fornire non solo un'analisi del comportamento dei mercati finanziari ma, attraverso l'applicazione di semplici regole matematiche, offrire previsioni abbastanza attendibili sui futuri andamenti dei prezzi dei titoli azionari.

¹ Professore associato di Economia Aziendale e Economia e Tecnica degli Scambi Internazionali presso l'Università degli Studi di Milano.

SOMMARIO:

PARTE PRIMA: PROFILI TEORICI	1
CAPITOLO PRIMO: Dal Paradigma Lineare alla Teoria della complessità.....	1
1.1. Premessa.....	1
1.2. L'evoluzione del Paradigma Lineare	3
1.3. Il passaggio dal Paradigma Lineare alla Teoria della Complessità	10
1.4. La Teoria della Complessità	15
PARTE SECONDA: APPLICAZIONI PRATICHE	21
CAPITOLO SECONDO: L'Analisi Frattale del Mercato	21
2.1. Gli oggetti frattali.....	21
2.2. Introduzione all'analisi Frattale.....	24
2.3. L'esponente "H"	26
2.4. Rescaled Range Analysis dei mercati finanziari.....	31
2.5. Considerazioni conclusive	33
BIBLIOGRAFIA	35
PUBBLICAZIONI:.....	35
DOCUMENTAZIONE ON LINE:.....	41

PARTE PRIMA

PROFILI TEORICI

CAPITOLO PRIMO:

Dal Paradigma Lineare alla Teoria della complessità

1.1. Premessa

Per molti anni i problemi e gli interrogativi posti dall'analisi del comportamento dei mercati sono stati fonte di continue controversie fra gli studiosi. Alla domanda se l'andamento passato dei prezzi potesse aiutare la formulazione di previsioni attendibili sul futuro andamento dei prezzi dei prodotti finanziari sono state date varie risposte, in parte da teorie che si basano su analisi tecniche¹, in parte da teorie fondate sull'analisi di fondamentali ed in parte dalla così detta "teoria del mercato efficiente".

Le prime, assumono che l'andamento storico dei prezzi sia in grado di fornirci le informazioni necessarie alla formulazione di ipotesi attendibili sul futuro trend di mercato, attraverso la creazione di innumerevoli modelli previsionali².

Le seconde, al contrario, ritengono che l'andamento passato dei prezzi non sia sufficiente per poter formulare previsioni attendibili³.

Nessuna di queste teorie, in realtà, descrive il comportamento dei mercati finanziari in modo esauriente. Infatti, di per sé, l'assunto secondo cui le successive variazioni dei prezzi siano tra loro indipendenti, implica l'impossibilità per qualsiasi metodologia attiva di gestione di portafogli, di realizzare guadagni sistematicamente superiori a quelli ottenuti

¹ Charles Heny Dow può essere considerato il padre dell'analisi tecnica. I frutti del suo lavoro sono stati pubblicati sulle pagine del Wall Street Journal, da lui stesso edito, a partire dal 1884, ma è solo nel 1903 che questi sono stati raccolti da un suo allievo, NELSON S.A., (1903), *The ABC of stock speculation*, Fraser publishing co., Vermont.

² PRING M., (1989), "Analisi tecnica dei mercati finanziari", McGraw Hill Italia, Milano.

³ FAMA E.F., (1970), *Efficient capital markets: a review of theory and empirical work*, Journal of finance.

attraverso una semplice strategia passiva di acquisto e di detenzione dell'attività finanziaria in portafoglio per un lungo periodo di tempo; d'altra parte, il mero studio dell'andamento storico dei prezzi non è sufficiente per fornire un'accurata definizione delle regole di causa-effetto che governano i mercati finanziari⁴. Emerge dunque, la necessità di formulare ipotesi alternative per tentare di chiarire il comportamento dei mercati.

Una di queste alternative è l'*Econofisica*. Questa disciplina analizza sistemi sociali, come i mercati finanziari, utilizzando concetti e tecniche appartenenti alla fisica statistica⁵. Essa, mira a dimostrare che, le fluttuazioni dei valori di mercato non seguono una legge del tutto casuale ed indipendente dalla storia precedente, ma che, al contrario, conservano, in qualche modo, memoria delle oscillazioni passate e, quindi, siano meglio descritte da una "legge di potenza"⁶. Ciò è dovuto al fatto che gli operatori diretti ed indiretti del mercato, non agiscono sulla base di una pura razionalità economica, come assumono le leggi dell'economia classica, ma si influenzano reciprocamente in una serie infinita di "feedback", di azioni e di retroazioni. Del resto, se gli operatori di borsa fossero razionali, i loro guadagni rifletterebbero tutte le informazioni in loro possesso e i prezzi muterebbero solo al variare della propensione al rischio o al sopraggiungere di nuove, ed imprevedibili, informazioni. In realtà, gli operatori sono tutt'altro che razionali e i mercati non possono essere considerati efficienti, come viene palesemente mostrato dalle "anomalie" persistenti dei mercati. Per questa ragione, gli econofisici tendono a chiamare "economia o finanza comportamentale" il nuovo approccio che essi propongono per lo studio dei mercati, in cui gli investitori razionali della teoria dei mercati efficienti, vengono sostituiti da operatori più emotivi ed umanamente più plausibili.

⁴ COPPOLA F., (2001), *La teoria dei frattali e la previsione dei cicli di Borsa*, Borsari, Brescia.

⁵ MANTEGNA R. N., (2001), *Fisica e Mercati Finanziari*, Le Scienze.

⁶ LILLO F., MANTEGNA R. N., (2003), *Power law relaxation in a complex system: Omori Law After a Financial Market Crash*, Physical Review.

La legge di potenza indica una funzione $f(x)$ dipendente da una variabile, x , che elevata ad un esponente, n , dà y . Questa legge ci dice inoltre che il valore di y può crescere o decrescere rapidamente ad una minima variazione di x .

1.2. L'evoluzione del Paradigma Lineare

La dinamica dei prezzi dei titoli azionari, sia in tempi recenti, che in epoche relativamente lontane, è stata motivo di interesse per numerosi studiosi delle più svariate discipline scientifiche: dai matematici, ai fisici, agli psicologi etc. L'andamento dei mercati infatti, costituisce uno dei fenomeni quantitativi più difficili da descrivere attraverso la formulazione di un modello probabilistico.

Le teorie che si sono susseguite negli anni sono state divise in *filoni di ricerca* per ragioni strumentali. In realtà, il processo evolutivo di queste teorie, è avvenuto in contemporanea su più fronti.

All'inizio del '900, per la prima volta, Bachelier introdusse il concetto di *random walk*. Egli, analizzando la correlazione lineare nei prezzi delle opzioni e dei futures contrattati sulla Borsa francese, si accorse che le variazioni di tali prezzi seguivano un modello *random walk*. Ciò stava a significare che le successive variazioni dei prezzi erano variabili *random* (casuali), pertanto indipendenti ed identicamente distribuite⁷.

L'intuizione di Bachelier fu poi sviluppata nel 1905 da Einstein⁸, che in suo trattato, associando il concetto di *random walk* alla determinazione del numero di Avogadro⁹ formulò

⁷ PETERS E.E., (1996), *Chaos and order in the capital markets. A new view of cycles, prices and market volatility*, Wiley & sons, New York.

⁸ EINSTEIN A., (1905), *On the movement of small particles suspended in a stationary liquid demanded by the molecular-kinetic theory of heat*, Annales Physics.

⁹ Il Numero di Avogadro, chiamato così in onore di Amedeo Avogadro e denotato dal simbolo N_A , è il numero di elementi contenuti in una mole. Viene formalmente definito come il numero di atomi di carbonio-12 presenti il 0,012 kg di tale sostanza. Anche se definito in termini di carbonio-12, il Numero di Avogadro si applica a qualsiasi materiale. Corrisponde al numero di atomi o molecole necessario a formare una massa pari al peso atomico del materiale (in grammi). Quindi il Numero di Avogadro corrisponde anche al fattore di conversione tra grammi (g) e unità di massa atomica (amu):

$$1g = N_A \text{ amu}$$

Un atomo di carbonio-12 consiste di 6 protoni e 6 neutroni (che hanno approssimativamente la stessa massa) e da 6 elettroni (la cui massa è trascurabile al confronto). Si potrebbe quindi pensare che un N_A di protoni o neutroni abbia massa 1 grammo. Anche se questo è approssimativamente corretto, la massa di un protone libero è di 1,00727 amu, quindi una mole di protoni ha una massa di 1,00727 g. Similarmente, una mole di neutroni ha massa pari a 1,00866 g. Chiaramente, 6 moli di protoni combinate con 6 moli di neutroni dovrebbero avere massa superiore a 12 g. Ci si potrebbe chiedere quindi come è possibile che una mole di atomi di carbonio-12, che deve consistere di 6 moli di neutroni, 6 di protoni e 6 di elettroni, possa avere una massa di appena 12 g. Cosa ne è della massa in eccesso? La risposta è legata all'equivalenza massa-energia scoperta da Albert Einstein come parte della relatività speciale, attraverso l'osservazione del moto browniano e della velocità di sedimentazione delle soluzioni. Quando si forma un atomo, i protoni e i neutroni nel nucleo sono tenuti assieme dalla forza nucleare forte. Questi legami risultano nella formazione di stati a bassa energia, e sono accompagnati da un grande rilascio di energia. Poiché l'energia è equivalente alla massa, l'energia rilasciata corrisponde a una perdita di massa del nucleo, con rispetto a quella di neutroni e protoni

l'equazione che descrive il fenomeno del *moto random* delle molecole, noto anche come *moto Browniano*¹⁰.

La teoria del *moto browniano*, assimilata dal random walk, ipotizza che i prezzi dei titoli azionari siano regolati da un *processo aleatorio* (o processo di Markov) cioè "senza memoria". Assumere ciò implica che le previsioni sul futuro andamento dei prezzi siano basate esclusivamente sul prezzo corrente e non tengano conto in alcun modo del prezzo del giorno prima o della settimana prima. La probabilità dei cambiamenti del prezzo viene così definita attraverso quella che oggi viene identificata come "equazione di Chapman-Kolmogorov"¹¹

separati. Quindi, protoni e neutroni del nucleo hanno massa inferiore (di circa lo 0,7%) dei neutroni e protoni liberi. L'esatta quantità di massa persa dipende dai legami energetici del nucleo e varia a seconda del tipo di atomo. Si può quindi dire che N_A è approssimativamente, il numero di neutroni o protoni *nucleari* che hanno massa 1 grammo. Questa è un'approssimazione perché la massa precisa dei protoni e neutroni nucleari dipende dalla composizione del nucleo.

¹⁰ MOTO BROWNIANO: definisce il moto disordinato e casuale di particelle in sospensione in un fluido, osservato per la prima volta dal botanico scozzese R. Brown nel 1827 e formalizzato da Einstein, nel 1905, nel corso di uno studio di meccanica statistica inteso a dimostrare l'esistenza reale di atomi e molecole.

BACHELIER M., (1900), *Théorie de la spéculation*, Annales scientifiques de l'école normale supérieure.

¹¹ L'EQUAZIONE DI CHAPMAN-KOLMOGOROV dice che: data una catena omogenea di Markov $\{X_n\}$, $n \geq 0$ avente probabilità di transizione P_{ij} , valgono le seguenti relazioni:

$$P_{ij}^{(k+l)} = \sum_{h \in S} P_{ih}^{(k)} P_{hj}^{(l)}$$

per ogni $k, l \geq 0$ e per ogni i, j

I processi Markoviani sono processi stocastici che modellano situazioni in cui la transizione tra stati non è deterministica, ma probabilistica, ed è caratterizzata dal fatto che la probabilità di transire in uno stato successivo dipende esclusivamente dallo stato attuale. Ad esempio, siano Antonio e Biagio due giocatori che decidano di giocare con una moneta particolare, la cui probabilità che esca testa siano p e croce $1-p$. E siano a e b il capitale iniziale di Luca e di Marco rispettivamente. Vogliamo modellare il processo di variazione del capitale di uno dei due giocatori, diciamo A, che può variare tra 0 (caso in cui perde) ad $a+b$ (caso in cui vince).

Il capitale del giocatore A varia dal valore iniziale a a 0 o $a+b$ a passi di 1, incrementando – con probabilità p – o decrementando, con probabilità $q=1-p$. Le probabilità di incrementare/decrementare il capitale non sono dipendenti dal numero n di giocate. In generale, i processi Markoviani sono caratterizzati 3 proprietà:

rappresentano transizioni tra stati che avvengono in modo probabilistico;

le probabilità di transizione non dipendono dal numero di transizioni effettuate (proprietà di *omogeneità*);

Le probabilità di transizione dipendono unicamente dallo stato attuale (proprietà *memoryless*, o di assenza di memoria).

Gli oggetti matematici che descrivono i processi Markoviani sono detti *Catene di Markov*.

In una catena di Markov ad N stati, ove X_n sia la variabile aleatoria che descrive lo stato al passo n -mo, è possibile definire un vettore di *distribuzione di probabilità* di appartenenza agli stati dopo n transizioni della catena.

DEFINIZIONE DI "CATENA DI MARKOV":

Si definisce *Catena di Markov* (CdM) una successione $\{X_n\}$ di variabili aleatorie (v.a.) discrete in $E \subseteq N$, ove N è l'insieme dei numeri naturali ed E è detto *spazio degli stati* contenente tutti i possibili valori di X_n , per cui valga la proprietà di Markov di *omogeneità*:

$$P(X_{n+1} = j \mid X_n = i, \dots, X_1 = i_1, X_0 = i_0) = P(X_{n+1} = j \mid X_n = i) = P_{ij}$$

in cui la *probabilità di transizione* P_{ij} dallo stato i allo stato j in un passo non dipende da n .

Nei primi anni '50 il modello di *random walk* iniziò ad essere preso in considerazione dagli economisti e negli anni '60 molti teorici dei mercati finanziari iniziarono ad applicare il concetto di *random walk* ai mercati dei capitali.

Nel 1964 il concetto di *random walk* venne formalizzato da Osborne¹². Egli sosteneva che le modificazioni dei prezzi delle azioni sono equivalenti al moto di una particella immersa in un fluido, cioè al moto Browniano¹³. Osborne partiva dall'ipotesi che i prezzi si muovessero in un range minimo, (un ottavo di dollaro), e che il numero delle transazioni giornaliera fosse finito e non rilevante. Oltre a ciò, sosteneva che il prezzo dei titoli e il valore intrinseco percepito dagli investitori fossero tra loro collegati e che questa relazione fosse la prima determinante dei rendimenti di mercato. Inoltre, in presenza di due azioni, con diversi rendimenti attesi, la decisione logica degli investitori sarebbe quella di scegliere l'azione con il tasso di rendimento più elevato, e se solo uno dei due soggetti interessati alla transazione ne traesse vantaggio, allora essa non avrebbe luogo. Da tali ipotesi si deduce che, essendo gli investitori razionalmente capaci di individuare un prezzo pari al valore effettivo del titolo, questi effettueranno la transazione al prezzo di equilibrio sulla base delle informazioni disponibili in quel momento. Di conseguenza, poichè il prezzo sconta le informazioni disponibili, la serie delle variazioni di prezzo risulta esserne indipendente. Secondo la teoria di Osborne, dato che le variazioni dei prezzi risultano indipendenti (ovvero rappresentano un processo random), ci si può aspettare che la distribuzione delle variazioni sia normale¹⁴, con media stabile e varianza finita.

¹² OSBORNE M.F.M., (1967), *Some quantitative tests for stock price generating models and trading folklore*, Journal of the American statistical association.

¹³ OSBORNE M.F.M., (1958), *Brownian motion in the stock market*, US Naval research Laboratory.

¹⁴ DISTRIBUZIONE NORMALE O GAUSSIANA:

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma}} e^{-\frac{1}{2} \frac{(x-\mu)^2}{\sigma^2}}$$

questa formula rappresenta l'equazione della ben nota curva della *distribuzione normale*, o di Gauss, con la sua caratteristica forma a campana, che al variare dei parametri μ (media) e σ (scarto quadratico medio), ha un grafico che diventa più o meno schiacciato. Ciò che rende spettacolare e ragguardevole questa "formula", o per essere più precisi, la *distribuzione* caratterizzata da questa funzione, è che si tratta di un vero e proprio ponte fra la matematica ed il mondo reale.

Supponiamo per esempio di effettuare una misurazione, una, due, tre, ... , n volte, e di avere uno strumento con un grado di precisione abbastanza elevato. Allora, a meno di barare o di commettere i cosiddetti *errori sistematici*, avremo sempre dei risultati differenti, dovuti all'inevitabile imprecisione del nostro strumento e del nostro operato, che sono detti *errori accidentali*. Ebbene, se rappresentiamo le misure che otteniamo su un grafico, e poi facciamo crescere il numero di misurazioni n sempre di più, al limite ad *infinito*, allora ci accorgeremo che il grafico si avvicina sempre di più alla curva di Gauss, descritta proprio dall'equazione che stiamo considerando.

Questa tesi è sostenuta dal *Teorema del Limite Centrale*¹⁵ o *Legge dei Grandi Numeri*, in base al quale un campione di variabili random indipendenti e identicamente distribuite risulta “normalmente” distribuito con il crescere della numerosità del campione.

Nei primi anni '60 iniziò ad emergere l'*Efficient Market Hypothesis*¹⁶ (EMH), che faceva della teoria del *random walk*, uno dei suoi maggiori cardini. La definizione di “ipotesi di efficienza del mercato” ci dice che:

“il mercato è efficiente quando, in ogni momento, i prezzi dei titoli riflettono pienamente ed in modo corretto tutte le informazioni disponibili”¹⁷.”

¹⁵ IL TEOREMA DEL LIMITE CENTRALE E LA LEGGE DEI GRANDI NUMERI: sono i due teoremi fondamentali della probabilità. Il primo riguarda la distribuzione della somma o la media aritmetica di un campione scelto a caso di osservazioni.

La formula che segue definisce la media campionaria:

$$\hat{y} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n y_i = \frac{1}{n} (y_1 + \dots + y_n)$$

Il teorema del limite centrale afferma che, in condizioni abbastanza generali, somme e medie di misurazioni casuali ricavate da una popolazione tendono a possedere approssimativamente una distribuzione a forma di campana.

Tale teorema si riferisce a qualunque “popolazione” da cui si estraggano dei campioni, e ci dice che: si traggono campioni casuali di n osservazioni da una popolazione con media μ e scarto quadratico medio finito (o deviazione standard) σ .

Allora, quando n è grande, la media campionaria \hat{y} sarà approssimativamente distribuita normalmente, con media uguale a μ e scarto quadratico medio $\sigma/n^{1/2}$. L'approssimazione diventerà sempre più accurata via via che n cresce.

Il teorema centrale limite è importante innanzitutto perché spiega il motivo per cui alcune misurazioni tendono a possedere approssimativamente una distribuzione normale. Si può immaginare l'altezza umana come composta da un numero di elementi - ognuno dei quali casuale - associati con variabili come l'altezza della madre e del padre, l'ambiente, la dieta, ecc. Se ognuno di questi elementi tende ad aggiungersi agli altri per fornire la misurazione dell'altezza, allora l'altezza è la "somma" di un numero di variabili casuali e il teorema centrale limite può essere applicato e fornire una distribuzione delle altezze che è approssimativamente normale.

La legge dei grandi numeri afferma che, se E è un evento e p è la sua probabilità di successo, cioè la probabilità del verificarsi di E in una prova, allora la frequenza relativa dei successi in n prove indipendenti converge in probabilità a p , quando n tende a infinito, dove con "converge in probabilità" si può intendere in un senso intuitivo (se il numero di prove effettuate è sufficientemente grande, la frequenza relativa dei successi nelle n prove si avvicinerà sempre più alla probabilità di successo nella singola prova, via via che n cresce).

Questo teorema, formulato da *Jakob Bernoulli* (1654-1705), fornisce una possibile giustificazione della legge empirica del caso, secondo la quale la frequenza relativa di un evento tende a stabilizzarsi all'aumentare del numero delle prove.

La legge dei grandi numeri stabilisce il comportamento asintotico della frequenza relativa e non dice nulla sulla possibilità di successo di una singola prova condizionata a quelle precedenti (che resta sempre p); quindi, questa legge non dice che l'osservazione di - per esempio - 10 teste aumenta la probabilità che venga croce all'undicesima prova. Questo fraintendimento è l'errore più comune nel quale incorrono i giocatori d'azzardo, che scommettono sull'evento che non si verifica da più tempo, convinti che, per questo stesso fatto, esso si debba verificare.

¹⁶ SAMUELSON P.A., (1965), *Proof that properly anticipated prices fluctuate randomly*, Industrial management review.

¹⁷ FAMA E., *op. cit.*

Questo significa che i prezzi si aggiustano immediatamente all'arrivo di nuove informazioni per tornare sempre in equilibrio; i movimenti dei prezzi sono quindi dovuti al sopraggiungere di nuove informazioni e non ad un ritardo di aggiustamento verso l'equilibrio. Secondo questa teoria, il mercato è rappresentabile mediante una martingala¹⁸, ovvero, costituisce un "gioco equo"¹⁹.

Le ricerche empiriche condotte da questi teorici si basavano appunto, sull'ipotesi che le successive variazioni dei prezzi fossero random; questi teorici utilizzavano prettamente due tipi di test statistici per indagare il comportamento dei mercati finanziari: i test di autocorrelazione lineare (definiti anche analisi di correlazione seriale) e il Linear Run Analysis. I risultati ottenuti con i test di autocorrelazione lineare mostravano valori del coefficiente di correlazione prossimi allo zero. Questo significava, che le serie storiche finanziarie erano assimilabili ai numeri generati da un gioco d'azzardo; di conseguenza, le serie storiche non avrebbero potuto aiutarci nella formulazione di una previsione e la miglior stima del prezzo futuro di un titolo risultava essere il prezzo attuale. In realtà questo metodo aveva un limite: i risultati ottenuti potevano essere facilmente distorti da un modesto numero di eventi straordinari presenti nella serie storica. La Linear Run Analysis, invece, indagava la relazione tra le direzioni delle successive variazioni con lo scopo di testare se vi fosse una certa persistenza nella direzione delle variazioni. Se le variazioni di prezzo avessero seguito un modello *random walk* allora non si sarebbe registrata persistenza né in una né nell'altra direzione. In tal senso Fama, riscontrò che la direzione della

¹⁸ BARNETT W.A., SERIETIS A., (1998), *Martingales, non linearity, and chaos*.

La prima teoria completa delle martingale è stata formulata da DOBB J.L., (1953), *Stochastic processes*, J. Wiley & Sons, New York.

Lasciamo che il processo osservato sia denotato da S_n . Lasciamo F_n rappresenti una famiglia degli insiemi di informazione (tecnicamente una filtrazione). Usando un dato insieme di informazione F , si può generare una previsione del risultato S_n

$$E\{S_n | F_{n-1}\}.$$

S_n è una martingala relativa a $(\{F_n\}, P)$ se

S_n è conosciuto, dato F_n ,

$$E\{|S_n|\} < \infty, \forall n$$

$$E\{S_n | F_{n-1}\} = S_{n-1} \quad (n \geq 1)$$

Qui P è una misura della probabilità e tutte le aspettative $E\{\bullet\}$ sono assunte ad essere prese con rispetto di P .

¹⁹ JENSEN M.C., (1978), *Some anomalous evidence regarding market efficiency*, *Journal of financial economics*.

Un gioco è equo quando la speranza matematica del guadagno aleatorio è nulla. Quindi un gioco è equo quando :

$$S_B \sigma_p - S_A \sigma_q = 0$$

Oppure :

$$S_B \sigma_p = S_A \sigma_q$$

Cioè

$$S_A : S_B = p : q$$

variazione dei prezzi tendeva a mostrare una certa persistenza ma che in realtà nessuna *trading rule* poteva condurre a “battere il mercato”.

È proprio alla tesi di dottorato di Fama che si deve la definizione di “Teoria del Mercato Efficiente”. Nel suo lavoro, egli tendeva a confermare la teoria del *random walk* dei prezzi dei titoli azionari ma con approccio più rigoroso dal punto di vista matematico-statistico. Fama²⁰ sosteneva che l'efficienza si presenta in diversi scenari, individuabili in base ad un particolare insieme di informazioni e a tal proposito, formulò tre diverse ipotesi di efficienza dei mercati:

Efficienza in forma debole.

I prezzi riflettono tutte le informazioni passate che possono essere tratte dal mercato: se, ad esempio, esiste un andamento stagionale dei prezzi, il mercato recepisce immediatamente il fenomeno e vi si adegua. Se il mercato è efficiente quindi, “il passato è nel prezzo”.

Matematicamente l'efficienza in forma debole Può essere rappresentata come:

$$\text{Prezzo}(t) = P(t-1) + \text{rendimento atteso} + \text{errore casuale}^{21}$$

Efficienza in forma semiforte.

I prezzi riflettono anche le altre informazioni pubblicamente disponibili come i dati segnalati nei rendiconti finanziari dell'azienda (rapporti annuali, dichiarazione di reddito, limature per la Commissione di scambio e di sicurezza, ecc.), guadagni ed annunci di dividendo, i programmi di fusione, la situazione finanziaria dei competitori dell'azienda, le aspettative per quanto riguarda i fattori macroeconomici (quali inflazione, disoccupazione), ecc. Nel momento in cui tali notizie divengono di pubblico dominio, il prezzo le ha già incorporate.

Efficienza in forma forte.

I prezzi riflettono le informazioni sia pubbliche che private (non disponibili a tutti) quindi, in questa ipotesi, non esisterebbe “insider trading”.

²⁰ FAMA E.F., op. cit.

²¹ L'ERRORE CASUALE rappresenta la nuova informazione che presto si renderà disponibile ma che attualmente nessuno conosce.

Dalla metà degli anni settanta, la forma di efficienza semiforte viene diffusamente accettata come teoria generale; un mercato efficiente in forma semiforte infatti, è un mercato in cui i cambiamenti dei prezzi sono indipendenti e possono essere rappresentati da un *random walk*.

Nel 1984 Tobin rielaborò la teoria di Fama e determinò quattro possibili definizioni di efficienza²²:

Efficienza informativa

in base alla quale i prezzi riflettono in ogni momento tutte le informazioni disponibili;

Efficienza valutativa

secondo cui le quotazioni riflettono esattamente il valore intrinseco dell'impresa, determinato sulla base dei cosiddetti "fondamentali";

Efficienza di completezza

o di totale assicurazione, ovvero la possibilità di realizzare degli scambi a tutte le scadenze e in qualsiasi circostanza;

Efficienza funzionale

ovvero il contributo che il mercato finanziario dà all'economia nel suo complesso.

Fino alla comparsa, nel 1963, dello studio condotto da Mandelbrot²³, la teoria della distribuzione gaussiana dei rendimenti non fu mai messa seriamente in discussione.

Egli sosteneva che troppo a lungo le ricerche accademiche si erano concentrate sul teorema del *paradigma lineare* ignorando il fenomeno della *leptocurtosi*²⁴ riscontrato nelle distribuzioni dei rendimenti. Mandelbrot propose come possibile sostituto della distribuzione normale, una famiglia di distribuzioni chiamate da lui stesso "distribuzioni Pareto stabili", che per definizione indicano qualsiasi distribuzione stabile ovvero invariante in somma. Infatti, la

²² <http://www.univ.trieste.it/~complex/abstract.htm>.

²³ MANDELBROT B.B. (1967), "The variation of some speculative prices", Journal of business.

²⁴ DISTRIBUZIONE LEPTOCURTOTICA DEI RENDIMENTI: indica lo spostamento verso destra del valore medio rispetto alla distribuzione normale, con frequenze molto più elevate e code più estese.

variazione del prezzo dell'azione in qualsiasi intervallo di tempo, può essere considerata come la somma delle variazioni da transazione a transazione nel corso dell'intervallo considerato.

La teoria di Mandelbrot ha rivoluzionato quella che era stata fino ad allora la visione dei mercati finanziari, abbandonando la teoria del *random walk* dei titoli azionari, alla base dell'ipotesi di mercato efficiente, in favore di una visione maggiormente articolata e complessa nella quale la dinamica del mercato risulta influenzata dalla presenza di meccanismi e autoalimentazione in grado di amplificare rapidamente gli effetti di perturbazioni esogene. Questo fenomeno, chiamato di *non linearità*, perché in contrasto col paradigma lineare, ha favorito la nascita di molteplici teorie e modelli appartenenti all'*Econofisica*, (tra le quali i Sistemi dinamici complessi o non lineari e la teoria del Caos) e alla *Finanza Comportamentale*.

1.3. Il passaggio dal Paradigma Lineare alla Teoria della Complessità

Come abbiamo visto in precedenza, secondo l'EMH (Efficient Market Hypothesis) gli investitori sono considerati esseri razionali, ed anche se ammettono il verificarsi di comportamenti anomali, ritengono che siano anomalie accidentali in un percorso stabile, dovute ad imperfezioni del meccanismo di erogazione dell'informazione.

L'approccio della *Finanza Comportamentale* ritiene che la debolezza dell'EMH risieda proprio in questo punto, sostenendo che il comportamento degli operatori non sia così logico come vorrebbe la teoria economica razionale.

La Finanza Comportamentale, ci aiuta a comprendere in quale modo gli attori finanziari prendono le loro decisioni d'investimento. Questa disciplina ha ampiamente dimostrato come gli investitori non agiscano in modo razionale ma, al contrario, siano portati a commettere errori che li conducono a comportamenti errati e quindi a perdite economiche. Ciò risulta essere importante ai fini della comprensione dell'andamento dei mercati soprattutto perchè non si limita ad esaminare i comportamenti "anomali" della società e il "sentimento" che spinge gli investitori, ma cerca di comprendere come il cervello umano risolve i problemi e, come, in certi casi, sia più incline a commettere sbagli. Gli investitori non sono mai razionali di fronte ad una decisione d'investimento, poiché la loro *avversione*

alla perdita li porta a pesare le perdite e i guadagni in modo molto diverso. Nella loro analisi Kahneman e Tversky²⁵ riscontrarono che il timore di perdere denaro con un investimento sbagliato è tre volte più grande del piacere che deriva dal guadagnare con un investimento indovinato. L'equilibrio psicologico di un investitore, e quindi, la sua razionalità, sono turbati sia da fattori esterni che da fattori interni. Il loro stato emotivo oscilla tra la paura e l'avidità (*fear and greed*), due estremi molto pericolosi che si riflettono nelle fluttuazioni dei prezzi. Il concetto di *paura* racchiude in se una molteplicità di stati d'animo che ci portano ad agire come non vorremmo: ansia, panico, ira, ostilità, diffidenza, rimpianto etc. Questi sentimenti creano nell'investitore una situazione di stress che offusca la sua razionalità e la realtà stessa. Questo porta poi a protendere verso le notizie positive sottovalutando, o addirittura, rifiutando quelle cattive. Allo stesso modo l'*avidità* associata alla presunzione e la troppa sicurezza nelle proprie capacità porta l'investitore a cadere in quella che viene definita "piramide", ovvero quel meccanismo che lo porta ad essere vittima del suo successo. L'eccessiva sicurezza e il senso d'invincibilità portano l'investitore a correre rischi sempre più grandi e a prendere decisioni sempre meno ponderate e sempre più dettate dall'euforia del momento.

Il fenomeno e le sue soluzioni non sono nuovi, Keynes a proposito diceva:

*"Un giornale indice un concorso di bellezza (beauty contest) che comporta il conferimento di un premio a chi riuscirà a prevedere il vincitore di tale beauty contest. In apparenza non si deve far altro che scegliere le cinque ragazze più carine su un centinaio di concorrenti. In realtà il loro compito è un po' più complicato: il giornale li ricompenserà con dei piccoli premi solo se sceglieranno le cinque concorrenti più votate dal pubblico. Ciò significa che devono scegliere le ragazze che a loro giudizio saranno più apprezzate dagli altri lettori; e gli altri lettori devono fare la stessa cosa. I lettori devono in pratica prevedere «ciò che l'opinione media si aspetta dall'opinione media»."*²⁶

Allo stesso modo, gli investitori, non dovrebbero scegliere il titolo nel quale investire solo in base alle loro preferenze, poichè il prezzo risentirà di quelle che saranno le aspettative

²⁵ Daniel Kahneman e Amos Tversky : professori di psicologia che nel 1979 presentano sulla rivista *Econometrica* un articolo che, per le idee innovative, l'accuratezza sperimentale e l'interpretazione "comportamentale" degli esperimenti proposti e di alcuni atteggiamenti "reali", è destinato negli anni, a far cambiare opinione circa la validità del modello interpretativo neoclassico, fondato sui concetti di razionalità e massimizzazione. I due Autori, partendo dalla presentazione del paradosso di Allais (1953), dove si mostra come l'utilità di un evento rischioso non è, sotto qualsiasi condizione, combinazione lineare delle probabilità associate a ciascun risultato possibile (certainty effect), sviluppano l'analisi critica della teoria dell'utilità attesa e degli assiomi su cui essa si fonda (gli assiomi di von Neumann-Morgenstern 1944 - 1947 e 1953) arrivando così, alla formulazione di una nuova teoria descrittiva e non più normativa come quella neoclassica. Autori di *"The psychology of the Non-professional investor"*. *Journal of Portfolio Management* 24, n°4 : pp 52-68. 1998

²⁶ PAULOS J.A. op. cit.

formate dagli operatori dei mercati finanziari, che in tale processo, terranno conto di quello che sarà l'esito dell'analoga operazione svolta da altri operatori.

In oltre, non è da sottovalutare il ruolo che assumono le informazioni nella formulazione delle decisioni d'investimento. Infatti, un trader tende ad integrare le informazioni che riceve in una decisione significativa e quindi operativa. Quando le informazioni sono molto numerose e contraddittorie, nell'investitore si creerà confusione e senso d'incertezza che lo porteranno a prendere decisioni dettate dal sentimento del momento.

Se invece, già detiene una posizione sul mercato, tenderà ad usare le informazioni per giustificare la sua decisione a suo tempo presa, col che, dandosi un falso senso di sicurezza. Molti investitori sono incapaci di rimanere freddi davanti allo scorrere dei prezzi tick-by-tick, essi tendono ad entrare in azione. Le azioni prese in questa situazione, anche totalmente contrarie ai loro sistemi o metodi di trading, sono guidate da una specie di pulsione incontrollabile che li spinge ad agire.

I trader ricercano le informazioni per comprendere il perché degli avvenimenti, per ricondurre il comportamento del mercato ad una serie di azioni – reazioni di causa - effetto. Secondo i Behavioristi, il nostro comportamento è la somma di una serie di risposte collegate agli stimoli che riceviamo dall'ambiente in cui viviamo. In realtà essi tendono a minimizzare l'importanza dei sentimenti umani e dei sistemi d'interazione sociale, (tra i quali il fenomeno dell'*imitazione sociale* risulta essere il più rilevante quando si parla dei mercati finanziari), infatti se non il nostro comportamento fosse solo il risultato di un apprendimento graduale basato sulle esperienze passate non si spiegherebbe per quale motivo gli uomini commettano più volte lo stesso errore. Nonostante ciò, la loro visione del processo decisionale resta un punto molto interessante. Secondo questi psicologi, infatti, le risposte che vengono dagli stimoli esterni sono influenzate dalle esperienze passate.

In presenza di una situazione nuova, difatti, si tende a ricercare nel passato una situazione simile sulla base della quale formulare una strategia d'azione. Di conseguenza si spiegherebbe per quale motivo, come sentiamo spesso dire, il passato si ripete.

È ovvio che la spiegazione del comportamento umano non possa essere racchiusa solo in questa teoria, possiamo però dire, che essa fornisce un notevole contributo. In special modo ci dice che il bisogno di giustificazione e di analisi, non è spinto solo dal desiderio di individuare un metodo previsionale, che ci dica come si muoveranno i prezzi in futuro. In

realtà è un bisogno insito nella natura umana, che tende a dare un ordine e una spiegazione a ciò che appare caotico ed inspiegabile, riducendo il senso di angoscia e smarrimento che nasce nei confronti di fenomeni naturali e sociali incontrollabili.

Riassumendo quanto sin qui esposto, l'analisi psicologica fornita dagli strumenti della *Finanza Comportamentale*, sottolinea il ruolo degli "investor sentiment" o dei cosiddetti "animal spirit" che determinano i fattori psicologico-comportamentali che vanno ad incidere sull'andamento dei mercati finanziari. In effetti, gli esseri umani sono complessi e poco razionali. Indagando il comportamento degli investitori dal punto di vista psicologico, si può dunque comprendere quali siano le dinamiche che muovono le loro scelte e perché reagiscano in un determinato modo ad eventi e notizie. L'associazione di tali studi psicologici a leggi fisico-matematiche ha dato vita a nuove teorie in grado di formulare sistemi previsionali applicabili ai mercati finanziari, intesi come sistemi dinamici complessi. Tali teorie, appartengono ad una disciplina relativamente recente che ha come fine ultimo quello di indagare il rapporto tra progresso scientifico e condizioni sociali²⁷, l'*Econofisica*.

A partire dall'illuminismo tutte le scienze hanno utilizzato come metodi d'indagine prima le teorie della fisica newtoniana, passando per la verifica sperimentale fino ad arrivare al *riduzionismo*²⁸, quindi si è iniziato a supporre che anche i fenomeni economici avrebbero potuto essere indagati e previsti avvalendosi di metodi matematici e fisici.

*"E' importante [...] che i principi della meccanica quantistica abbiano portato a riconoscere (oltre a una certa assenza di oggettività di fenomeni) il carattere statico delle leggi ultime dei processi elementari. Questa conclusione ha reso sostanziale, l'analogia tra fisica e scienze sociali, tra le quali è risultata un'identità di valore e di metodo"*²⁹.

L'ansia di riuscire a interpretare matematicamente i fenomeni economici, mediante l'individuazione di un'equazione apposita, ha portato gli economisti alla formulazione di sistemi matematici tanto complessi da diventare di difficile comprensione persino per un matematico o per un fisico teorico. Oggi il rapporto tra economia e fisica, o per meglio dire, il punto di vista da cui si osservavano i fenomeni, si è rovesciato. In principio erano gli economisti che cercavano di dare un'interpretazione ai fenomeni economici mediante l'applicazione di formule e concetti precostituiti, mutuati dalla fisica e dalla matematica, ora i fisici e i matematici si sono messi al servizio dell'indagine economica, ponendo al centro

²⁷L.A.S.E.R. (laboratorio autonomo scienza, epistemologia, ricerca) (2001), *Econofisica*, DeriveApprodi. <http://www.e-laser.org/dossier/dossier01.htm>.

²⁸RIDUZIONISMO: la riduzione di problemi complessi a somma di problemi elementari

²⁹MAJORANA E., (1942), *Il valore della statistica nella fisica e nelle scienze sociali*, Scientia.

dei loro studi e delle loro ricerche i sintomi manifesti dei mercati come espressione dei fenomeni sociali in genere. L'introduzione dell'economia nella teoria fisica può avvenire in modi diversi³⁰: talvolta, si riscontra che un modello efficace, che descrive un fenomeno fisico, può essere altrettanto efficace se adottato per descrivere un sistema economico, quindi, i risultati ottenuti in fisica, vengono interpretati dal punto di vista economico. Per spiegare meglio questo concetto, spesso viene riportato il seguente esempio:

“Supponendo che gli agenti in un mercato possano essere descritti come particelle interagenti di un gas descritto da una certa equazione, se il modello si dimostrasse realistico, le grandezze fisiche che caratterizzavano il gas verrebbero interpretate come grandezze economiche verificabili sperimentalmente nell'economia reale”³¹”.

Questo tipo di procedimento, utilizzato prevalentemente dai primi econofisici, si limitava a mostrare le somiglianze tra sistemi fisici e sociali.

Un altro approccio, di tipo più indagativo, mira a sviluppare modelli originali per spiegare le anomalie della teoria economica a partire dall'analisi di dati reali, come l'andamento dei prezzi delle merci e dei titoli finanziari, svelando proprietà che fino a quel momento erano state ignorate³².

La fisica fornisce strumenti utili alla *teoria dei giochi*³³ per la comprensione di sistemi microeconomici complicati, come un mercato finanziario, in cui esistono svariate relazioni causali. La fisica teorica ha apportato un nuovo e significativo contributo a questa disciplina fornendo metodi matematici che permettono di studiare giochi complessi composti da un elevato numero di agenti.³⁴

³⁰ L.A.S.E.R. (laboratorio autonomo scienza, epistemologia, ricerca) *op. cit.*

³¹ <http://www.e-laser.org/dossier/dossier01.htm>

³² MANTEGNA R.N.; STANLEY H.E., (1999), *“Introduction to econophysics. Correlation and complexity in finance”*, Cambridge University Press, Cambridge.

³³ LA TEORIA DEI GIOCHI: La nascita della moderna teoria dei giochi viene comunemente associata all'uscita di "Theory of Games and Economic Behavior" di Oskar Morgenstern e John von Neumann nel 1944 anche se, altri autori quali Ernst Zermelo, Armand Borel e Von Neumann stesso) avevano scritto, *ante litteram*, di Teoria dei Giochi. Il più famoso matematico ad essersi occupato successivamente della "Teoria dei Giochi", in particolare per quel che concerne i "giochi non cooperativi", fu John Forbes Nash jr. La Teoria dei Giochi è tentativo di descrivere matematicamente il comportamento umano, nei casi in cui l'interazione fra uomini comporti la vincita, o lo spartirsi, di qualche tipo di risorsa. Questa scienza, analizza situazioni di conflitto e ne ricerca soluzioni competitive e cooperative tramite modelli, ovvero uno studio delle decisioni individuali in situazioni in cui vi sono interazioni tra i diversi soggetti, tali per cui le decisioni di un soggetto possono influire sui risultati conseguibili da parte di un rivale, secondo un meccanismo di retroazione.

³⁴ CHALLET D.; ZHANG Y.C., (1997), *Emergence of cooperation and complexity in an evolutionary game*, Physica.

1.4. La Teoria della Complessità

La teoria del Caos studia l'aspetto irregolare, ed apparentemente casuale, dell'ambiente che ci circonda, che la scienza cosiddetta "ortodossa" ha ignorato per secoli. Nel corso degli anni, vari studiosi hanno tentato di definire con precisione il concetto di "caos", ma ancora oggi non esiste una definizione universalmente accettata. Tra le possibili descrizioni quella che suscita maggiore interesse, anche se apparentemente paradossale, è quella di Stewart³⁵. Egli sostiene che il caos si sviluppa mediante semplici regole matematiche, seguendo un ordine preciso (si parla in questo caso di *caos deterministico*), ma, allo stesso tempo individua alcune proprietà fondamentali, come la *dinamica non lineare* (l'effetto non è proporzionale alla causa) e il *carattere olistico* (l'insieme si comporta diversamente dalla somma delle parti), che possono apparire in contrasto con l'assunto principale. Partendo da queste proprietà fondamentali si possono ricavare altre proprietà che descrivono i sistemi caotici. Una tra queste è l'*effetto farfalla*³⁶ che indica l'ipersensibilità dei sistemi complessi. Il nome deriva dall'idea che il battito delle ali di una farfalla in Sud-America sarebbe sufficiente a modificare le condizioni atmosferiche future, scatenando fenomeni naturali che altrimenti non si sarebbero verificati. Questo effetto spiega anche l'impossibilità di poter formulare una previsione sul risultato finale di un processo caotico, a causa della forte dipendenza del sistema dalle sue condizioni iniziali e la presenza di *feedback positivi*, in base ai quali le dinamiche di tali sistemi si autoalimentano e si rafforzano. Un sistema non lineare con presenza di feedback e transizioni di stato può essere rappresentato dal modello

³⁵ IAN STEWART professore di matematica all'Università di Warwick (Gran Bretagna). Collabora a riviste prestigiose come "Nature", "New Scientist", "Scientific American" (in Italia "Le Scienze") ed è autore e coautore di numerosi libri, tra cui "*Che forma ha un fuoco di neve? Numeri magici in natura*". A lui si deve anche la seconda edizione riveduta di R. Courant e H. Robbins, *Che cos'è la matematica?*

³⁶ Tal effetto fu individuato dal matematico e meteorologo Edward Lorenz verso gli inizi degli anni 60, quando nel compiere degli studi di meteorologia si accorse come "per piccoli fenomeni meteorologici – e per chi faccia previsioni su scala mondiale – piccolo può significare tempeste e tormenti – ogni previsione si deteriora rapidamente. Errori e incertezze si moltiplicano, diffondendosi a cascata attraverso una catena di elementi di turbolenza, da turbini di polvere e temporali improvvisi sino a vortici continentali. [...] Egli rivolse sempre più la sua attenzione alla matematica di sistemi che non trovavano mai uno stato stazionario, sistemi che si ripetevano quasi, ma mai in modo del tutto identico [...] si rese conto che doveva esserci una connessione fra la riluttanza del tempo a ripetersi e l'incapacità dei meteorologi a prevederlo: una connessione fra aperiodicità e imprevedibilità. [...] L'effetto farfalla non era accidentale, bensì necessario [...] acquistò un nome tecnico: dipendenza sensibile dalle condizioni iniziali. [E questa] non era una nozione del tutto nuova. Essa aveva un posto nel folklore: Per colpa di un chiodo si perse lo zoccolo;/ per colpa di uno zoccolo si perse il cavallo;/ per colpa di un cavallo si perse il cavaliere;/ per colpa di un cavaliere si perse la battaglia;/ per colpa di una battaglia si perse il regno! Nella scienza e nella vita, è ben noto che una catena di eventi può avere un punto di crisi in cui piccoli mutamenti [come il battito di ali di una farfalla] sono suscettibili di ingrandirsi a dismisura." – in Gleick (1988:15-27).

matematico unidimensionale, identificato da Peters col nome di *Equazione Logistica (Logistic Equation)*.³⁷.

La teoria del Caos costituisce parte del filone di ricerca scientifica noto come *Teoria della Complessità*. Questa disciplina indaga le dinamiche che intervengono nei cosiddetti “sistemi complessi”, ovvero quei sistemi formati da una molteplicità di elementi, che, interagendo tra loro, si sviluppano in diversi sottosistemi. Un aspetto fondamentale dei meccanismi dinamici non lineari che caratterizzano i sistemi complessi consiste nelle *transizioni di stato*, ovvero cambiamenti macroscopici che da uno stato di disordine conducono il sistema verso uno stato coerente, di ordine. Analizzare le relazioni tra la dimensione microscopica del sistema (singola unità) e quella macroscopica (condizionata dalle dinamiche interattive tra le unità) assume particolare per la comprensione di queste transizioni. Ogni sistema complesso tende normalmente a stabilizzarsi in uno stato di equilibrio microscopico.

Un sistema composto da unità che non interagiscono in modo coordinato con le une con le altre, determinando uno stato di disordine macroscopico, se opportunamente stimolato, transita verso uno stato maggiormente strutturato, in cui cominciano ad innescarsi dinamiche ordinate a livello globale. È quindi di fondamentale importanza individuare la *soglia critica* che funge da spartiacque tra gli stati del sistema, ovvero il “punto” in corrispondenza del quale si assiste al passaggio da un disordine macroscopico ad uno stato di ordine.

³⁷ EQUAZIONE LOGISTICA:

$$x_{(t+1)} = a x_t (1-x_t)$$

dove $0 < x \leq 1$, $0 < a \leq 1$. Attribuendo diversi valori al parametro a è possibile osservare l'andamento della funzione attraverso la ripetizione iterativa dell'equazione (si tratta dunque di un sistema discreto), partendo da un valore x_0 (arbitrariamente fissato a 0,10) per ottenere i dati successivi $x_1=f(x_0)$, $x_2=f(x_1)$, ... Assegnando ad a il valore di 0,50 si può osservare come la funzione tenda velocemente a convergere e a stabilizzarsi in corrispondenza del valore 0,5 di ordinata.

La tendenza della funzione a convergere verso un valore stabile non cambia per valori di a superiori a 0,50 e inferiori a 0,75: l'unica differenza si registra in un progressivo innalzamento del valore di convergenza di $x(t)$. In corrispondenza del valore $a = 0,75$ il comportamento della funzione cambia radicalmente, oscillando tra due valori e individuando quindi due possibili soluzioni del modello: questa caratteristica prende il nome di *biforcazione*. Incrementando il valore del parametro a sino a 0.86237... la funzione continua a presentare il fenomeno di biforcazione, con la differenza che si registra un progressivo ampliamento della banda di oscillazione tra i due valori. In corrispondenza del valore 0.86237... il sistema perde ulteriormente stabilità, ammettendo quattro soluzioni. Man mano che si incrementa il valore del parametro la funzione continua a perdere stabilità (se $a = 0,8911$ l'equazione ammette 16 soluzioni), per poi perderla completamente in corrispondenza del valore $a = 0,90$: in questo caso il sistema ammette un numero infinito di soluzioni, ovvero ci si trova dinanzi ad una situazione di *caos*.

“Le transizioni di stato non solo descrivono l'evoluzione delle dinamiche di un sistema complesso, ma in realtà fotografano la tendenza dei sistemi ad autorganizzarsi spontaneamente sulla base di meccanismi endogeni.”³⁸

L'interazione tra le unità consente lo sviluppo di nuove combinazioni tra le componenti del sistema, con livelli di organizzazione sempre più elevati, e l'insorgere di “proprietà emergenti”, intendendo con questa espressione la capacità del sistema di riprodursi continuamente attraverso una costante autorganizzazione dei vari livelli gerarchici creati.

In tale processo assume importanza il fenomeno della *retroazione positiva* (termine usato nella moderna fisica non lineare e sinonimo di feedback positivo), ossia la propensione dei piccoli effetti ad incrementarsi progressivamente, al verificarsi di determinate condizioni.

Concentrando l'attenzione sul mercato finanziario - in quanto sistema dinamico complesso - è possibile chiarire il fenomeno dei feedback (o coupling) caratterizzante il macrocomportamento del sistema con l'influenza esercitata da forze casuali (random) sull'andamento dei rendimenti: questo passaggio costituisce il punto di collegamento tra il modello di random walk, il caos deterministico.

Se livello di interazione tra le unità del mercato fosse scarso e l'andamento dei rendimenti dei titoli non fosse influenzato da forze casuali: il mercato si comporterebbe in modo semplice e lineare, come un sistema dinamico deterministico con un unico punto attrattore. Ne consegue che in esso sarebbero possibili previsioni a lungo termine (ipotesi poco probabile nella realtà).

Incrementando l'influenza del caso nell'evoluzione dei prezzi e mantenendo lineare il comportamento del sistema (assenza di feedback) l'andamento dei titoli può essere descritto da un random walk. La dinamica del rendimento del mercato viene affrontata in termini stocastici, poichè quest'ultimo non è più stabile, ma può oscillare secondo una distribuzione di probabilità normale.

Se, al contrario fosse l'influenza del caso ad essere limitata, ma s'incrementassero i feedback (fenomeno di polarizzazione delle opinioni tra gli investitori) si registrerebbe il passaggio verso dinamiche non lineari e quindi si entrerebbe nell'ambito del caos deterministico.

In presenza di una forte influenza del caso e di un elevato grado di feedback si viene a creare un processo stocastico non lineare, caratterizzato da una distribuzione di probabilità bimodale.

³⁸ DEGASPERI G., ERZEGOVESI L., op. cit.

Le ricerche sulle dinamiche evolutive dei sistemi complessi e il modo in cui queste siano condizionate dalle transizioni di stato (dipendenti a loro volta dal livello di interazione tra gli agenti del sistema) hanno mostrato che l'evoluzione dei sistemi debba essere ricercata nella "regione" di transizione critica, dove ordine e caos convivono e permettono l'insorgere di configurazioni coerenti nelle dinamiche di interazione tra le unità. Questa regione venne definita "margine del caos"³⁹.

La tendenza dei sistemi complessi ad evolvere verso il margine del caos è oggetto di studio della teoria della criticità organizzata, formulata nel 1987 da Bak, Wiesenfeld e Tang e volta ad analizzare le interazioni globali che spingono i sistemi a transitare da uno stato metastabile ad un altro, senza mai raggiungere una posizione di equilibrio. Questa teoria afferma infatti che "molti sistemi composti evolvono spontaneamente verso uno stato critico in cui un evento anche piccolo scatena una reazione a catena che può coinvolgere un numero qualunque di elementi del sistema.

Questa teoria viene ben rappresentata dal seguente esempio:

"L'esperimento del mucchietto di sabbia venne condotto da Held, Watson e altri scienziati per studiare il fenomeno della criticità autorganizzata in laboratorio, attraverso l'impiego di una particolare apparecchiatura in grado di versare lentamente e in modo uniforme della sabbia (un granello alla volta) su una superficie circolare (permettendo dapprima l'osservazione del processo di formazione del sistema complesso - il mucchietto di sabbia - e successivamente delle dinamiche caratterizzanti il mantenimento del sistema allo stato critico).

In un primo momento i granelli restano vicini alla posizione in cui cadono, cominciando successivamente a sovrapporsi per dare origine ad un piccolo mucchietto di sabbia, con una modesta pendenza; man mano che i granelli continuano a cadere i pendii si fanno più ripidi e ogni tanto, nei punti dove la pendenza diventa eccessiva, si registrano delle valanghe, le cui dimensioni medie tendono ad aumentare in corrispondenza della crescita di volume del mucchietto. Quest'ultimo cesserà di crescere, raggiungendo lo stato critico, quando la quantità di sabbia aggiunta risulti essere mediamente compensata da quella caduta oltre il bordo della superficie circolare. Nello stato critico l'aggiunta di ogni singolo granello potrebbe innescare una valanga di qualsiasi dimensione (persino catastrofica), anche se nella maggioranza dei casi questo non avviene. La valanga rappresenta dunque una reazione a catena (o processo di ramificazione), che ha origine quando un granello di sabbia comincia a scivolare lungo la china, a causa di qualche instabilità della superficie del mucchietto, e fermandosi solo se raggiunge una posizione stabile: nella caduta il granello coinvolgerà anche altri granelli giacenti in una posizione di "quasi stabilità", che a loro volta si comporteranno nello stesso modo.

La proprietà fondamentale di questo meccanismo consiste nel fatto che "il mucchietto conserva una pendenza media e un'altezza media costanti perché la probabilità che l'attività cessi è compensata dalla probabilità che l'attività vada incontro a una ramificazione. Quindi la reazione a catena mantiene lo stato critico".⁴⁰

³⁹ IL MARGINE DEL CAOS "è lo stato ottimale posto tra i due estremi di un ordine rigido, incapace di modificarsi senza essere distrutto, come lo stato dei cristalli e dei totalitarismi, e di un rinnovamento incessante, irregolare e caotico, come lo stato degli anelli di fumo e dell'anarchia" (Atlan, Waldrop).

⁴⁰ DEGASPERI G., ERZEGOVESI L. op. cit. - BAK E CHEN op. cit.

Un sistema interattivo può dunque trovarsi in uno stato subcritico (quando la pendenza del mucchietto è inferiore a quella critica e pertanto anche le valanghe risulteranno più piccole), oppure in uno stato supercritico (quando la pendenza è invece superiore rispetto a quella critica, per cui si origineranno delle valanghe di maggiori dimensioni): tuttavia, secondo la teoria della criticità autorganizzata il sistema tenderà sempre ad evolvere verso lo stato critico, indipendentemente dal tipo di stato in cui si trovi. Il fenomeno della criticità autorganizzata presenta inoltre due proprietà caratteristiche: lo sfarfallamento, definibile come “la sovrapposizione di segnali di tutte le ampiezze e di tutte le durate prodotti quando un sistema dinamico nello stato critico genera reazioni a catena di tutte le grandezze e di tutte le durate” e la distribuzione frattale, ovvero la tendenza a distribuirsi secondo leggi che comprendono un elevamento a potenza.

PARTE SECONDA

APPLICAZIONI PRATICHE

CAPITOLO SECONDO:

L'Analisi Frattale del Mercato

2.1. Gli oggetti frattali

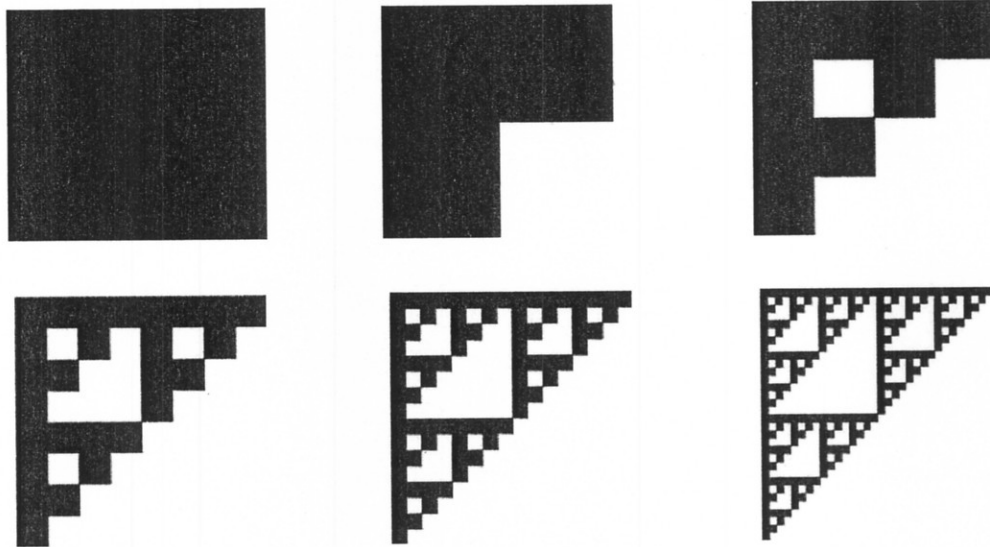
“.....Perchè la geometria viene spesso definita fredda e arida? Uno dei motivi è la sua incapacità di descrivere la forma di una nuvola, di una montagna, di una linea costiera, di un albero. Osservando la natura vediamo che le montagne non sono dei coni, le nuvole non sono delle sfere, le coste non sono cerchi, ma sono degli oggetti geometricamente molto complessi...”⁴¹

Gli oggetti frattali, sono figure geometriche dotate di proprietà peculiari. Essi si trovano nella realtà di tutti i giorni, in combinazioni armoniche di ordine e disordine quali si presentano in oggetti naturali come: nuvole, alberi, catene di montagne o cristalli di neve. Le forme di tutti questi oggetti sono processi dinamici consolidati in forme fisiche. Un frattale è dotato di una struttura complessa a tutte le scale di riproduzione, e, benché le leggi matematiche da cui hanno origine siano molto semplici, basta una minima variazione in un parametro per determinare una trasformazione significativa delle figure finali, quindi possiamo dire che mostrano un' estrema sensibilità alle condizioni di partenza.

⁴¹ MANDELBROT B.B, (1975), *“Les objets fractals: forma hazard et dimension”* , Flammarion, Parigi ; ed. italiana a cura di Roberto Pignoni, Giulio Einaudi, (1987), Torino.

Fractus in latino significa interrotto, irregolare; da qui la comprensione di una delle proprietà principali di queste figure, l'*autosimilarità* o *autosomiglianza*. Questa proprietà ci dice che i frattali sono invarianti in scala (scale-invariant), ovvero, ingrandendone un particolare si ottiene un oggetto del tutto simile al tutto (almeno in senso statistico). Questa è una proprietà molto frequente in natura, forse per un "principio universale di risparmio di informazioni". Un'altra proprietà tipica degli oggetti frattali è quella di avere una *dimensione non-intera* (o *volume-non definito*), infatti, sebbene queste figure possano essere rappresentate in uno spazio convenzionale a 2 o 3 dimensioni, (sempre che non si pretenda di rappresentare le interazioni di un particolare oggetto geometrico all'infinito), la loro dimensione non è intera. Più semplicemente: gli oggetti frattali non sono dei veri solidi⁴², hanno degli spazi vuoti, risiedono solamente in uno spazio tridimensionale⁴³.

Figura 2.1.⁴⁴



Ad esempio, osservando *il triangolo di Sierpinski* (o *Gerla di Sierpinski*), ci accorgeremo che questa struttura è composta da dei quadrati che si ripetono dall'infinitamente grande all'infinitamente piccolo, in una particolare disposizione a triangolo, creando spazi vuoti che sembrano bucare la figura lasciandone solo un sottile,

⁴² Secondo la teoria classica o euclidea un solido è un oggetto tridimensionale, vale a dire, un oggetto senza buchi o spazi nella sua superficie

⁴³ Il volume di un oggetto definito o d-dimensionale è definito come: $V^{(d)} = \lim_{l \rightarrow 0} V^{(d)}(l)$; per un oggetto frattale invece: $V^{(d)}$, $V^{(d-1)}$, $V^{(d-2)}$.

⁴⁴ <http://www.frattali.it/triangolosierpinski.htm>

elaborato perimetro esterno. Il cosiddetto triangolo di Sierpinski, dal nome del matematico che per primo ne ha studiato le proprietà, viene generato con una serie di rimozioni. Si inizia con un quadrato pieno da cui si rimuove un quadratino di lato pari alla metà del quadrato iniziale, in modo da ottenere una formata da tre quadrati. Da ciascuno di questi di questi quadrati si elimina il quadratino in basso a destra e si ottiene una figura formata da nove quadratini. In questo modo si continua ogni volta fino ad arrivare al risultato finale.

La dimensione frattale, che descrive come un oggetto (o una serie storica) riempia lo spazio, è il prodotto di tutti i fattori di influenza del sistema che produce tale oggetto (o serie storica).

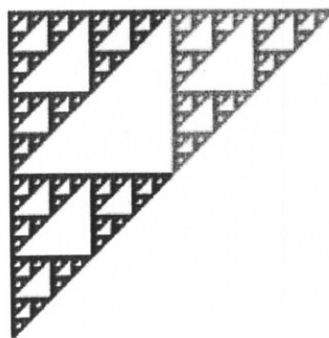
Una serie storica viene definita “casuale” solamente quando è influenzata da un largo numero di eventi che hanno tutti la stessa possibilità di accadere. In termini statistici, quando è caratterizzata da un alto numero di gradi di libertà. Una serie storica “non casuale”, invece, rifletterà la natura non casuale delle sue influenze. I dati si accumuleranno per riflettere le correlazioni inerenti le influenze. In altre parole la serie sarà frattale.

La dimensione frattale viene definita da come l'oggetto, o la serie storica, riempie lo spazio. Un oggetto frattale riempirà il suo spazio in modo ineguale perché le sue parti sono legate o correlate⁴⁵.

Partendo dalla definizione della proprietà di autosimilarità possiamo dire che, se in un oggetto frattale si possono distinguere N copie autosimili, la sua dimensione frattale sarà definita da:

$$D = \log N / \log (1/K)$$

Figura 2.2.⁴⁶



Il triangolo di Sierpinski può essere diviso in 3 parti, simili all'intero triangolo. Ciascuna di esse si ottiene grazie ad un'omotetia di rapporto $K=1/2$ per cui, partendo dalla definizione di cui sopra, la sua dimensione frattale sarà pari a $D=\log 3 / \log 2 = 1,585$

⁴⁵ MANDELBROT B.B. *op. cit.*

⁴⁶ <http://www.frattali.it/triangolosierpinski.htm>

2.2. Introduzione all'analisi Frattale

La *Fractal Market Analysis* afferma che le distribuzioni dei rendimenti delle attività finanziarie siano delle *Fractal Distribution*, che godono di alcune importanti proprietà tra cui l'*invarianza* rispetto alla scala temporale e la presenza di una *long memory* che lega i dati della serie storica.

Se effettivamente fosse possibile dimostrare la natura frattale dei mercati finanziari, si otterrebbe una giustificazione teorica riguardo all'efficacia dell'analisi tecnica, poiché le ipotesi di sfruttare i trend che si manifestano nell'andamento dei prezzi delle attività finanziarie e di efficienza del mercato raggiunta nel lungo periodo, potrebbero essere legate in un unico modello in grado di fornire l'analisi più appropriata per un dato momento e per un dato orizzonte temporale.

L'analisi frattale dei mercati tenta di trovare conferma all'ipotesi che le serie storiche possiedono caratteristiche simili a quelle di un oggetto frattale. Ciò significa confutare che una serie storica goda della proprietà di *autosomiglianza statistica* rispetto al tempo, cioè, dato un qualsiasi intervallo temporale di osservazioni, la serie dimostra di avere sempre caratteristiche statistiche simili.

Attraverso questo tipo di indagine si può dimostrare se all'interno dei mercati esista un qualche ciclo derivato, ad esempio, da un comportamento ripetitivo, dal naturale ciclo degli investimenti, dalla presunta *invarianza* delle reazioni e dei comportamenti umani. L'analisi frattale non cerca di spiegare tale ciclo, lo individua solamente. Va da sé che una volta individuato il ciclo, attraverso il suo studio, diventi possibile formulare una strategia d'investimento, una "trading rule" capace di battere il mercato.

Osservando le figure che seguono, (figura 2.3. e figura 2.4.) possiamo notare che tra i due grafici non c'è grande differenza, nonostante il primo rappresenti i rendimenti settimanali del Mib30 e l'altro quelli giornalieri, entrambi per venti osservazioni successive.

Questi grafici mettono in evidenza, in modo intuitivo, la proprietà di *autosomiglianza* di questa serie storica.

Figura 2.3⁴⁷: Rendimenti settimanali Mib30 (Giu-Nov 2004)

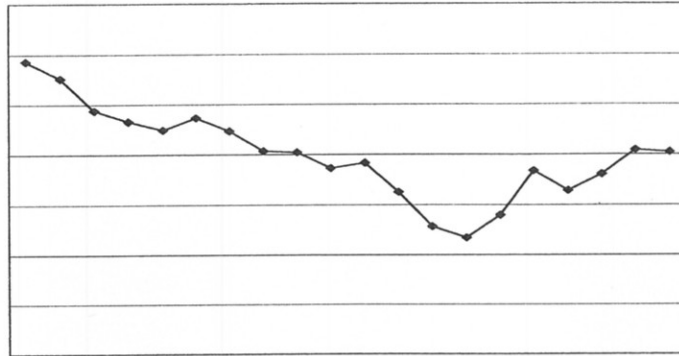
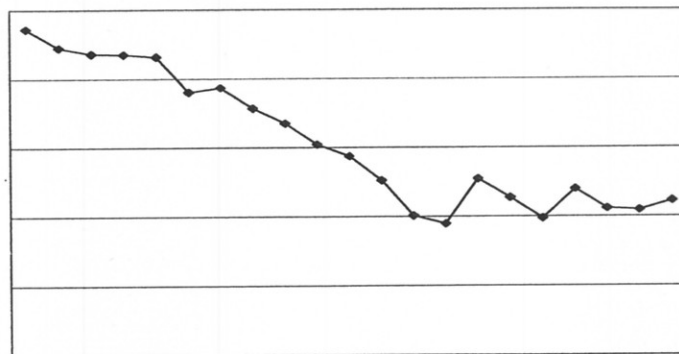


Figura 2.4.⁴⁸: Rendimenti Giornalieri Mib30 (Ott-Nov 2004)



⁴⁷ <http://it.table.finance.yahoo.com/w?b=13&a=9&c=2004&e=15&d=10&f=2004&g=d&s=%5Emibtel>

⁴⁸ <http://it.table.finance.yahoo.com/k?s=^mibtel&g=d>

2.3. L'esponente "H"

Durante le ricerche per la costruzione di una diga sul fiume Nilo, Hurst⁴⁹, mise appunto uno strumento statistico denominato "esponente di Hurst (o H)", in grado di determinare quanto la pioggia fosse in grado di influenzare il livello dell'acqua di un fiume. L'ipotesi comune era quella del random walk, per questo, Hurst decise di provare se effettivamente il livello di acqua nella diga, misurato in periodi di tempo successivi, seguiva o meno un cammino casuale.

L'esponente H è in grado di distinguere una serie casuale da una non casuale anche se la serie casuale non è normalmente distribuita.

Hurst, intese determinare il modo in cui il livello di un fiume fluttua intorno alla propria media in un determinato periodo di tempo.

Se l'ipotesi di partenza fosse stata vera, ciò avrebbe dimostrato che il *range* della fluttuazione dipende dalla lunghezza del periodo di tempo utilizzato per la misurazione, e se la serie fosse casuale, il *range* dovrebbe crescere con la radice quadrata del tempo, secondo un moto browniano.

Poiché secondo la formula del moto browniano si ha⁵⁰

$$R = (k T)^H$$

Per standardizzare la misura, Hurst decise di creare un indice adimensionale dividendo il range per la deviazione standard delle osservazioni.

Questo metodo venne appunto chiamato *Rescaled Range Analysis (R/S Analysis)*.

$$\frac{R}{S} = (k T)^H$$

Da ciò Hurst verificò che la maggior parte dei fenomeni naturali, come la portata dei fiumi, le temperature, le piogge, e le macchie solari, seguivano un "*biased random walk*" cioè un *trend* con "rumore". La forza di questi trend e il livello di rumore possono essere appunto misurati attraverso la stima di H.

⁴⁹ Hurst era un idrologo che lavorò al progetto di una diga sul fiume Nilo in Egitto.

⁵⁰ LEVI G., (2003), *Introduzione alla fisica dei sistemi complessi*, Cesena.

Per calcolare H si procede nel modo seguente: data una serie storica con t osservazioni, si calcola la deviazione cumulata delle osservazioni della propria media durante un certo periodo di tempo N^{51} :

$$X_{t,N} = \sum (e_t - M_N)$$

Dove :

$X_{t,N}$ è la deviazione cumulata del periodo N ;

e è l'osservazione t;

M_N è la media delle osservazioni e_t nel periodo N.

Poi si calcola il *range* di questa cumulata come differenza fra il valore massimo e il valore minimo che essa assume:

$$R_N = \text{Max}(X_{t,N}) - \text{Min}(X_{t,N})$$

Per comparare differenti tipi di serie storiche si divide questo *range* (R) per la deviazione standard (S) delle osservazioni originali, in modo da standardizzare la misura. Hurst determinò la seguente relazione (chiamata *Hurst's Empirical Law*):

$$R/S = (a N)^H$$

Dove:

R/S è il *rescaled range*;

a è una costante;

N è il numero di osservazioni;

H è l'esponente di Hurst.

⁵¹ PETERS E.E. , *op. cit.*

Passando ai logaritmi otteniamo:

$$\log (R/S) = H \log (N) + \log (a)$$

H, può essere stimato regredendo il log (R/S) contro il log (N).

Nei suoi studi sull'andamento dei prezzi nei mercati finanziari, Mandelbrot, riprese tale teoria e stimò che il valore di H può essere compreso tra zero ed uno⁵² e che:

se $H=0,5$ la serie analizzata segue un random walk. In altri termini, il range cresce con la radice quadrata del tempo N, e non si verifica dipendenza statistica di lungo periodo.

Quando invece H è diverso da 0,5 le osservazioni non sono indipendenti fra di loro. Ognuna di esse conserva una "memoria lunga" di tutti gli eventi che l'hanno preceduta che, teoricamente, può durare per sempre.

Secondo quanto esposto, gli eventi più recenti hanno un impatto maggiore di quelli lontani, ma questi ultimi hanno un'influenza residua: ciò che accade oggi influenza il futuro e dove siamo oggi è il risultato di dove eravamo ieri.

L'impatto del presente sul futuro può essere misurato attraverso il seguente indice di correlazione:

$$C(H) = [2(2H-1) - 1]$$

$$C(H) < 0 \text{ se } H (0 ; 0,5)$$

$$C(H) = 0 \text{ se } H = 0,5$$

$$C(H) > 0 \text{ se } H (0,5 ; 1)$$

È da notare ancora che questa funzione misura un tipo di correlazione di lungo periodo e che ci sono tre classi di valori rilevanti dell'esponente di Hurst:

$$H = 0,5$$

$$H < 0,5$$

$$0,5 < H$$

⁵² MANDELBROT B.B.; VAN NESS J.W., (1968), *Fractional brownian motion, fractional noises and applications*, SIAM review.

$H = 0,5$ Come abbiamo detto, indica che la serie analizzata segue un random walk. Gli eventi non sono fra di loro correlati. Il presente non influenza il futuro e la distribuzione di probabilità sottostante può essere quella normale, ma può anche non essere così poiché l'analisi R/S riesce ad individuare una serie casuale indipendentemente dal tipo di distribuzione sottostante.

$0 < H < 0,5$ Ci dice che abbiamo un sistema nel quale se, ad esempio, l'ultima osservazione è "up" è probabile che il successivo movimento sia "down" e viceversa, presentando una certa "antipersistenza" nella serie che è tanto maggiore quanto più H si avvicina a zero.

$0,5 < H < 1$ implica un comportamento "persistente" della serie analizzata. Questo significa che se il trend è stato positivo nell'ultimo periodo, è probabile che sia positivo anche nel periodo successivo e viceversa. Il livello di questa *persistenza*⁵³ è tanto maggiore quanto più H si avvicina al valore 1.

L'andamento di un periodo di sei mesi influenza il comportamento nei successivi periodi di sei mesi così come un periodo di dieci anni influenza gli altri periodi di dieci anni e così via, individuando quindi una sorta di ripetitività.

Hurst calcolando l'esponente H per il fiume Nilo, ottenne un risultato pari a $H=0,9$ ed in seguito, provando a misurare H per altri fiumi, scoprì che H era sempre maggiore di 0,5 e che lo era, in generale, per altri tipi di fenomeni naturali.

⁵³ Mandelbrot rilevò due effetti che si presentano nei mercati finanziari: *l'effetto Giuseppe* e *l'effetto Noé*. L'effetto Giuseppe è stato così chiamato in ricordo dei sette anni di disgrazie e di prosperità di cui si parla nella Bibbia "Vennero sette anni di abbondanza in tutto il paese d'Egitto. E dopo di quelli vennero sette anni di carestia". Se la leggenda biblica doveva implicare la periodicità, era ovviamente ipersemplificata. Nonostante una casualità sottostante, quanto più a lungo un luogo ha sofferto di siccità, tanto più probabile che ne soffra ancora. Inoltre l'analisi matematica del livello del Nilo condotta da Hurst, ha dimostrato che la persistenza si applicava a secoli oltre che a decenni. I mercati finanziari si comportano in modo simile e come è vero che non c'è un anno buono e uno magro, ma gli anni buoni si susseguono così come si susseguono gli anni magri, così è sui mercati finanziari, altrimenti non si riuscirebbe mai a guadagnare.

Questi fenomeni naturali quindi, hanno un andamento nel tempo che può essere descritto come un processo stocastico “distorto” e che è stato successivamente chiamato *Fractional Brownian Motion* (FBM) da Mandelbrot⁵⁴.

Questo genere di processo implica la presenza di dipendenza di lungo periodo nelle osservazioni.

Falconer descrisse l'FBM in questo modo:

“Un processo stocastico $X(t)$, con $t \in [0, +\infty)$, è un Fractional Brownian Motion con esponente $H \in [0, 1]$ se:

$X(0)=0$ con probabilità 1;

$X(t)$ è continuo per ogni $t \in [0, +\infty)$;

gli incrementi $[X(t+D) - X(t)]$ sono normalmente distribuiti con media zero e varianza $D = 2H$ per tutti i $t \in [0, +\infty)$ e $D \in [0, +\infty)$.”

Questo significa che, se $H = 0,5$, gli incrementi sono distribuiti secondo una variabile casuale stazionaria, vale a dire indipendenti dal tempo, perciò la serie segue un random-walk.

Viceversa se $H \neq 0,5$ gli incrementi sono distribuiti secondo una variabile non stazionaria, quindi dipendente e questa dipendenza non è di breve periodo ma riflette la presenza di una “memoria lunga” all'interno della serie storica studiata.

Se $H < 0,5$ allora gli incrementi sono mean-reversing, ovvero tendono a far convergere la serie ad un valore medio, nel lungo periodo, attraverso delle inversioni di tendenza.

Mentre per $H > 0,5$ gli incrementi sono mean-averting, ovvero tenderanno a far “esplodere” la serie attraverso trend in salita ben definiti.

Attraverso l'analisi dell'esponente H si può rilevare una tendenza di sottofondo del mercato, non evidenziata da altre misure, che può fornirci un valido supporto per comprendere meglio la possibile evoluzione di un indice, inoltre, attraverso l'analisi degli esponenti H dei singoli periodi, si possono valutare le tendenze sottostanti ad alcuni orizzonti temporali. Attraverso l'indice di correlazione $C(H)$, invece, è possibile determinare l'impatto generato dagli eventi passati sui rendimenti futuri.

⁵⁴ Mandelbrot Benoit, in “*A multifractal model of asset returns*”, Yale university press (1997).

2.4. Rescaled Range Analysis dei mercati finanziari

Sia Mandelbrot che Peters⁵⁵ hanno ripreso l'esponente di Hurst e la *R/S Analysis* per verificare se i mercati finanziari avessero o meno una distribuzione frattale.

Il calcolo dell'esponente H assume quindi una funzione fondamentale, perché, nel caso di una serie storica di un indice di borsa, oppure del prezzo di un titolo azionario, ci dirà se questa serie presenta un comportamento casuale, così come ipotizzato dalla teoria classica del mercato efficiente, o se invece, come sostengono le teorie appartenenti all'econofisica, esistono delle tendenze persistenti.

H può essere preso come "misura" delle tendenze presenti nella serie di prezzo, siano esse generate da persistenze informative, valutative, psicologiche; quindi se l'interpretazione da parte degli investitori delle notizie che influenzano i mercati, avvenga tenendo conto delle esperienze passate o se viceversa non venga immediatamente riflessa nel prezzo, così come assunto dalla teoria del mercato efficiente.

Se H sarà maggiore di 0,5 l'interpretazione da parte degli investitori delle notizie che influenzano i mercati non sarà immediatamente riflessa nel prezzo, come invece sosteneva la teoria del mercato efficiente, ma l'informazione ricevuta oggi continuerà ad essere scontata dal mercato anche in futuro attraverso una sorta di processo di incorporazione diluita e continua nel tempo, e il decadimento dell'influenza di tale informazione nel tempo, avverrà ad un tasso molto più lento di quello di una semplice dipendenza di breve termine.

Peters, studiò il mercato azionario americano con l'analisi *R/S* e utilizzando i rendimenti a venti giorni dell'indice S&P 500. Egli trovò un esponente H pari a 0,78 dimostrando quindi che tale mercato non segue un "random walk", bensì un andamento che rivela una sottostante struttura frattale. L'analisi *R/S* dimostò quindi che il mercato americano non è un mercato efficiente, e citando lo stesso Peters:

"L'analisi R/S dimostra che l'assunzione di indipendenza, particolarmente riguardo quella di lungo periodo, è seriamente compromessa. La serie dei rendimenti di mercato è una serie persistente con una sottostante distribuzione di probabilità frattale. I rendimenti seguono un processo stocastico distorto così come descritto da Hurst. Il mercato esibisce un comportamento "trend-reinforcing"..."

Il motivo per cui i rendimenti di mercato non sono perfettamente casuali, ma danno vita a dei *trend* ben determinati è il modo in cui gli investitori prendono le loro decisioni.

⁵⁵ Peters E.E., in "Fractal market analysis: applying chaos theory to investment and economy", J. Wiley & Son's (1994).

Contrariamente a quanto sostenuto dalla teoria del mercato efficiente, secondo la quale gli operatori sul mercato reagiscono immediatamente alle nuove informazioni, la reazione degli investitori alle notizie non è immediata bensì “mediata”: gli operatori attendono ulteriori conferme delle informazioni ricevute, oppure attendono che una tendenza ben definita si sia stabilita in modo da avere una sicurezza maggiore nel prendere le decisioni.

Gli investitori attenderanno quindi, il superamento di un “livello critico” (o, per meglio dire, da loro percepito come tale), prima di reagire alle notizie e, una volta che tale livello sarà stato superato, essi reagiranno a tutte quelle informazioni ignorate fino a quel momento dando origine a movimenti repentini e duraturi per riallineare il mercato al nuovo stato.

Se veramente il principio che muove le reazioni alle nuove notizie fosse questo, il mercato non potrebbe essere efficiente, perché non sarebbe più vero che tutte le informazioni sono riflesse immediatamente nel prezzo.

Ovvero, il random walk può essere considerato un “caso speciale” di un tipo di processo più generale, che si verifica quando l'esponente H di Hurst assume un valore pari a 0,5. Questo significa che l'efficienza del mercato è una teoria speciale e non una teoria generale e quindi, si verifica solo in alcuni casi.

Da quanto esposto si qui, si può comprendere quale importanza abbia l'analisi frattale dei mercati finanziari, essa, infatti, consente di indagare se nelle serie storiche dei prezzi azionari si possono individuare delle tendenze oppure se il loro andamento segue un cammino casuale. Una volta determinato se un mercato ha o meno un andamento frattale, potremo essere in grado di formulare una strategia in grado di individuare le tecniche e i modelli più adatti per formulare una previsione, ed atto anche a dare una qualche misura della fallibilità che ci si dovrà aspettare utilizzando detti modelli.

2.5. Considerazioni conclusive

Nei mercati finanziari, molte serie storiche dei prezzi sono caratterizzate dalla presenza di una “memoria lunga” ciò significa che le quotazioni attuali dei titoli azionari influenzeranno il futuro per un lungo periodo di tempo. Ciò causa seri problemi per l'utilizzo delle tradizionali metodologie di studio delle serie storiche, poiché questa “long memory” non viene filtrata nemmeno utilizzando i residui di un modello autoregressivo del primo ordine AR(1) che è uno dei metodi più usati per eliminare la correlazione seriale fra i dati. La presenza di questa memoria dà vita a trend ben definiti dei prezzi delle attività finanziarie. Ciò influisce negativamente specialmente sui modelli di equilibrio di lungo periodo inficiandone la capacità predittiva (specialmente nel breve periodo) ed aumentandone gli errori. Molti di essi non riescono a cogliere le componenti derivate da squilibri più o meno ciclici dei mercati. Questa “memoria lunga” permette l'individuazione di una certa ciclicità dei mercati. Purtroppo questi cicli non sono uniformi e l'imprecisione della loro individuazione cresce proporzionalmente all'aumentare dell'orizzonte temporale provocando una perdita di efficacia di tutti quei metodi che si basano sul mantenimento di una certa ciclicità temporale.

Con la *Fractal Market Analysis* viene proposto un insieme di ipotesi che possono sostituire quelle, ormai consolidate, della teoria dell'efficienza nella spiegazione del funzionamento dei mercati finanziari.

La ricerca di una distribuzione frattale nei mercati cerca di superare i limiti propri delle teorie che si basano sulla presunta efficienza del mercato, come il CAP e la formula di Black e Scholes, che dipendono dall'assunzione di normalità della distribuzione dei rendimenti.

Queste ultime, non tengono conto dell'influenza del tempo nel processo decisionale, semplificando la realtà in un random walk. La *Fractal Market Analysis*, pur non essendo facilmente riconducibile ad un unico modello matematico, è più vicina alla realtà dei mercati, soggetti a fenomeni e a decisioni non perfette.

Si può confermare quindi, ciò che la *Fractal Market Analysis* ci aveva suggerito. Il mercato azionario non presenta le caratteristiche di mercato efficiente, nemmeno nella *forma debole* indicata da Fama. Una strategia di gestione “attiva” quindi, è sicuramente più efficace di

una semplice strategia “buy and hold” suggerita dalla Teoria del Mercato efficiente. Questo perchè essa sfrutta i “trend” che esistono nei mercati azionari, rialzisti o ribassisti, originati dal graduale processo di aggiustamento del prezzo verso il valore di equilibrio, che non viene raggiunto in modo rapido così come teorizzato dalle ipotesi sottostanti la teoria del mercato efficiente.

BIBLIOGRAFIA

PUBBLICAZIONI:

- ALLEN PAULOS J., (2004) "Un matematico gioca in borsa", Garzanti
- ANDERSON R.F., COLOMBO V., (1983), "Fisica teoria e pratica", Loescher editore, Torino.
- ARALDI R., (2002), "La valutazione degli investimenti finanziari", Utet, Torino.
- ARTHUR, W.B. (1990), "Positive Feedbacks in the Economy.", in *Scientific American*, February, pagg. 80-85.
- ARTHUR, W.B. (1994), "Inductive Reasoning and Bounded Rationality (The El Farol Problem)", in *American Economic Review*, nr. 84, pagg. 406-411.
- BACHELIER M., (1900), "Théorie de la spéculation", *Annales scientifiques de l'école normale supérieure*.
- BAK, P. E K. CHEN (1991), "La criticità autorganizzata", in *Le scienze*, nr. 271, Marzo, pagg. 22-30.
- BARNETT W.A., SERIETIS A., (1998), "Madrigales, non linearity, and chaos", *Journal of economic dynamics and control*, June 2000, vol. 24, pagg. 703-724.
- BEBER A., (1999), "Introduzione all'analisi tecnica", Alea tech reports, nr. 2, Marzo 1999, Trento.
- BECKER, G.S. (1991), "A Note on Restaurant Pricing and Other Examples of Social Influences on Price", in *Journal of Political Economy*, vol. 99, nr. 5, pagg. 1109-1116.
- BELLELLI G., (2002), "Indicatori e oscillatori per il trading di precisione", Trading library, Milano.
- BREUER H., (1994), "Atlante della fisica", Hoepli, Milano.
- BROCK, W.A. (1986), "Distinguishing Random and Deterministic Systems: Abridged Version", in *Journal of Economic Theory*, vol. 40, pagg. 168-195.
- BROCK, W.A., J. LAKONISHOK E B. LEBARON (1992), "Simple Technical Trading Rules and the Stochastic Properties of Stock Returns", in *Journal of Finance*, vol. 47, pagg. 1731-1764.
- CALLEN, E. E D. SHAPERO (1974), "A Theory of Social Imitation", in *Physics Today*, July, pagg. 23-28.

- CHALLET D., ZHANG Y. C., (1997), "Emergence of cooperation and complexity in an evolutionary game", *Physica*.
- CHOWDHURY, D. E. D. STAUFFER (1999), "A Generalized Spin Model of Financial Markets", in *European Physical Journal B*, vol. 8, nr. 3, April I, pagg. 477-482.
- COHEN, B. (1997), *The Edge of Chaos. Financial Booms, Bubbles, Crashes and Chaos*, John Wiley & Sons, New York.
- COOTNER P.H., (1962), "The random character of stock market prices", MIT press, Cambridge.
- COPPOLA F., (2001), "La teoria dei frattali e la previsione dei cicli di borsa", Borsari, Brescia.
- DEGASPERI G., ERZEGOVESI L., (1999), "I mercati finanziari come sistemi complessi: il modello di Vaga", Alea tech report , nr. 7 , Settembre 1999, Trento.
- DEGIOVANNI V., MOTTANA M., (1983), "Analisi tecnica in borsa", Ipsoa, Milano.
- DEGIOVANNI V., MOTTANA M., (1993), "Come investire in borsa con successo", Sperling & Kupfer, Milano.
- DI LORENZO R., (1999), "Guadagnare in borsa con l'analisi tecnica", Il sole 24Ore, Milano.
- DIMSON E., MUSSAVIAN M., (2000), "Market efficiency", The current state of business disciplines.
- DIMSON E., MUSSAVIAN M., (1998), "A brief history of market efficiency", European financial management .
- DOBB J.L., (1953), "Stochastic processes", John Wiley & sons , New York.
- EINSTEIN A., (1905), "On the movement of small particles suspended in a stationary liquid demanded by the molecular-kinetic theory of heat", *Annales physics*.
- EVANS J.L., (1968), "The random walk hypothesis, portfolio analysis and buy and hold criterion", *Journal of finance and quantitative analysis*, vol. 3, issue 3, Special issue: Random Walk Hypotesis, (Sept. 1968), pagg.327-342.
- FAMA E., (1965), "The behavior of stock market prices", *Journal of Business*, vol. 38, issue 1, pagg. 34-105.
- FAMA E., (1970), "Efficient Capital Markets : a Review of theory and empirical work", *Journal of Finance*, vol. 25, issue 2, Paper and proceedings of Twenty-Eighth Annual Meeting of the American Finance Association New York, N.Y. December, 28-30, 1969 (May, 1970), pagg. 383-417.
- FAMA E., (1991), "Efficient Capital Markets: a review of theory and empirical work II", *Journal of Finance*, vol. 46, issue 5, (December, 1991), pagg. 1575-1617.

- FAMA, E.F. (1965), "Portfolio Analysis in a Stable Paretian Market", in *Management Science*, vol. 11, pagg. 404-419.
- FARMER J.D., (1999), "Fibonacci application and strategies for traders", John Wiley & sons , New York.
- FARMER, J.D. (1998), "Market Force, Ecology, and Evolution", Santa Fe Institute, Working Papers, Santa Fe, 98-12-117 .
- FRENCH K.R., (1980), "Stock returns and the week-end effects", *Journal of financial economics*, vol. 17, pagg. 5-26.
- FREUD S., (1933), "Introduzione alla psicoanalisi", Bollati Boringhieri, Torino.
- GALILEO G., (1970), "Dialogo sopra I due massimi sistemi", Einaudi, Torino.
- GIBBONS M.R., HESS P., (1981), "Day of the week effect and asset returns", *Journal of business*, vol. 11, issue 2, pagg. 139-163.
- GLEICK J., (1987), "Chaos.", Viking penguin inc., New York; ed. italiana Rizzoli, (2000), Milano.
- GLEICK, J. (1988), *Chaos: Making a New Science*, trad. it. *Caos* (1996), Sansoni, Firenze, Sphere Books, London.
- GROSSMAN S., (1976), "On the efficiency of competitive stock markets where trades have diverse information", *Journal of finance*, Volume 31, issue 2, Papers and Proceedings of the Thirty-Fourth Annual Meeting of the American Finance Association Dallas, Texas December 28-30, 1975 (May, 1976), 573-585.
- GROSSMAN, S.J. (1988), "An Analysis of the Implications for Stock and Futures Price Volatility of Program Trading and Dynamic Hedging Strategies", in *Journal of Business*, vol. 61, nr. 3, pagg. 275-298.
- GROSSMAN, S.J. E Z. ZHOU (1996), "Equilibrium Analysis of Portfolio Insurance", in *Journal of Finance*, vol. 51, nr. 4, September, pagg. 1379-1403.
- HAAG, G. E W. WEIDLICH (1983), *Concepts and Methods of Quantitative Sociology: The Dynamics of Interacting Populations*, Springer Verlag, Berlin.
- HAKEN, H. (1983), *Synergetics. An Introduction: Nonequilibrium Phase Transition and Self-Organization in Physics, Chemistry, and Biology*, Springer Verlag, Berlin.
- HAMILTON W.P., (1922), "The stock market barometer", Harper brothers, New York.
- HSIEH, D.A. (1991), "Chaos and Nonlinear Dynamics: Application to Financial Markets", in *Journal of Finance*, vol. XLVI, issue 5, (December 1991), pagg. 1839-1877.

- HURST H.E., (1951), "Long-term storage of reservoirs", Transactions of the American society of civil engineers, nr.116. pagg. 770-799.
- JENSEN M.C., (1978), "Some anomalous evidence regarding market efficiency", Journal of financial economics, vol. 6, pagg. 95-102.
- KIRMAN, A. (1993), *Testing for Bubbles*, European University Institute, Firenze, mimeo.
- LANDAU L., KITAIGORODSKIJ A., (1980), "La fisica per tutti", Editori riuniti, Roma.
- LAPLACE P.S., (1812), "Essai philosophique sur les probabilités", Gauthiers-Villars, Paris.
- LASER, (2001), "Econofisica", DeriveApprodi.
- LE BON G., (1985), "Psicologia delle folle", Longanesi, Milano.
- LE ROY S. F., (1976) , "Efficient Capital Markets and Martingales", Journal of Economic Literature, Volume 27, issue 4 (Dec., 1998), 1583-1621.
- LEVI G., (2003), "Introduzione alla fisica dei sistemi complessi", Cesena.
- LILLO F., MANTEGNA R.N., (2003), "Power law relaxation in a complex system: Omori law after a financial market crash", Physical review, E 68.
- LOWRY S., (2002), "Il trading facile con le medie mobili", Trading library, Milano.
- MAJORANA E., (1942), "Il valore della statistica nella fisica e nelle scienze sociali", Scientia.
- MANDELBROT B.B., VAN NESS J.W., (1968), "Fractional Brownian motion, fractional noises and applications", SIAM review.
- MANDELBROT B.B., "Forecasts of Future Prices, Unbiased Markets, and "Martingale" Models", Journal of Business, Volume 39, issue 1, Part 2: Supplement on Security Pricing (Jan., 1966), 242-255.
- MANDELBROT B.B., (1967), "The variation of some speculative prices" , Journal of business, vol. 36, issue 4 (Oct. 1963), 394-419.
- MANDELBROT B.B., (1975), "Les objets fractals: forma hazard et dimension" , Flammarion, Parigi ; ed. italiana a cura di Roberto Pignoni, Giulio Einaudi, (1987), Torino.
- MANDELBROT B.B., (1982), "The fractal geometry of nature", W.H. Freeman, New York.
- MANDELBROT B.B., (1997), "Fractals and scaling in finance: discontinuity, concentration, risk" , Springer, New York.
- MANDELBROT B.B., (1999), " Multifractals and 1/f noise:wild self affinity in physics", Springer, New York.
- MANDELBROT B.B., (1999), " Una passeggiata frattale a Wall Street", Le Scienze.
- MANDELBROT B.B., (2001), "Nel mondo dei frattali", Di Renzo editore, Roma.

- MANTEGNA R.N., (2001), *"Fisica e mercati finanziari"*, Le Scienze.
- MANTEGNA R.N., STANLEY H.E., (1999), *"Introduction to econophysics. Correlation and complexity in finance"*, Cambridge University Press, Cambridge.
- MANTEGNA, R.N. (1999), *Introduction to Econophysics. Correlation and Complexity in Finance*, Cambridge University Press, Cambridge.
- MIGLIORINO G., (2001), *"I cicli di borsa"*, Borsari, Brescia
- MIGLIORINO G., (2001), *"Swing trading. Dalle bande di bollinger ai canali di Migliorino"* , Borsari, Brescia.
- MIGLIORINO G., (2001), *"Un metodo facile per vincere in borsa"*, Borsari, Brescia.
- MIGLIORINO G., (2003), *"La fisica applicata alla borsa"*, Borsari, Brescia.
- MONDANI A., (1987), *"Conoscere la borsa"*, Buffetti, Milano.
- NELSON S.A., (1903), *"The ABC of stock speculation"*, Fraser publishing co., Vermont.
- NICOLIS, G. E I. PRIGOGINE (1987), *Exploring Complexity. An Introduction*, R. Piper GmbH & Co. KG, Monacotrad. trad. it. *La complessità. Esplorazioni nei nuovi campi della scienza* (1991), Giulio Einaudi editore, Torino.
- OREAR J., (1982), *"Fisica generale"*, Zanichelli , Bologna.
- OSBORNE M. F. M., (1958), *"Brownian motion in the stock market"*, US Naval research laboratory, vol.7, issue 2, pagg. 145-173.
- OSBORNE M. F. M., (1967), *"Some quantitative tests for stock price generating models and trading folklore"*, Journal of the American statistical, vol.62, issue 318, (June 1967), pagg. 321-340
- PEITGEN, JÜRGEN S., SAUPE, (1993), *"Fractals for the classroom"*, Springer, New York.
- PETERS E. E., (1994), *"Fractal market analysis"*, John Wiley & sons, New York.
- PETERS E. E., (1996), *"Chaos and order in the capital markets. A new view of cycles, prices and market volatility"*, John Wiley & sons, New York.
- PETERS, E.E. (1996), *"Chaos and Order in the Capital Markets. A New View of Cycles, Prices, and Market Volatility"*., John Wiley & Sons, New York, 2a edizione..
- PRING M., (1989), *"Analisi tecnica dei mercati finanziari"*, McGraw Hill Italia, Milano.
- PRING M., (1993), *"Investment psychology explained"*, John Wiley & sons, New York.
- REICHL L.E., (1998), *"A modern course in statistical physics"*, John Wiley & sons, New York.
- REINGANUM M.R., (1983), *"The anomalous stock market behaviour of small firms in January"*, Journal of financial economics, vol. 12, pagg. 89-104.
- RHEA R., (1932), *"Dow theory"*, Barron's, New York.

- SAMUELSON P.A., (1965), "Proof that properly anticipated prices fluctuate randomly", *Industrial management review*, vol. 6, pagg. 41-49.
- SEILER M. J., ROM W., (1997), "A Historical analysis of market efficiency: do historical returns follow a random walk?", *Journal of financial and strategic decision*.
- VAGA, T. (1994), "Profiting from Chaos. Using Chaos Theory for Market Timing, Stock Selection and Option Valuation", McGraw-Hill, New York.
- WALDROP, M.M. (1993), "Complexity: the Emerging Science at the Edge of Order and Chaos", Viking, London, trad. it. *Complessità: Uomini e idee al confine tra ordine e caos* (1995), Instar libri, Torino.
- WEIDLICH, W. (1988), "Interregional Migration: Dynamic Theory and Comparative Analysis", Springer Verlag, Berlin.
- WIENER N., (1923), "Differential space", *Journal of mathematics and physics*, vol. 2, pag. 132.
- ZUMBACH, G.O., M.M. DACOROGNA, J.L. OLSEN E R.B. OLSEN (1999), "Introducing a Scale of Market Shocks", Olsen & Associates, Zurich, G.O.Z. 1998-10-01, march.
- ZWEIG, M.E. (1985), "The Fed and the Tape: Together, They Form an Explosive Market Mix", in *Barron's*, February, pagg. 24-27.

DOCUMENTAZIONE ON LINE:

<http://www.minorelli.net/frattali/matematica.html>

<http://atic.phys.lsu.edu/aticweb/definitions.htm>

<http://cscs.umich.edu/~crshalizi/reviews/intro-to-econophysics/>

<http://www.unifr.ch/econophysics/> - [Brian Arthur's Foreword to the coming *Minority Game* book - Foreword to *The Minority Game* (of Damien Challet, Matteo Marsili, and Yi-Cheng) - Enrico Scalas Conference Report: *A guide through the Econophysics sessions at WEHLA 2004* - IWIF 1: First International Workshop on Intelligent Finance 13-14 December 2004, Melbourne, Australia - *Models of Financial Market Microstructure Special session for the 2nd LASTED Conference on Financial Engineering and Applications. November 8-10, 2004*, MIT Cambridge, MA, USA].

<http://digilander.libero.it/mvara/Varcasuali/Gequo.htm>

<http://www.univ.trieste.it/~complex/abstract.htm>

<http://www.geocities.com/Athens/8418/riduzion.htm>

<http://www.e-laser.org/dossier/dossier01.htm>

<http://spazioinwind.libero.it/equilibrio/dizionarietto.htm>

<http://www.unipv.it/wwwscpol/offertadid/teoriapolitica/teoriadeigiocchi.htm>

http://www.performancetrading.it/Documents/Pugno/Pug_Considerazioni.htm

<http://www.liceofoscarini.it/studenti/probabilita/grandinumeri.html>

<http://www.liceofoscarini.it/studenti/probabilita/grandinumeri.html>

<http://zeus.roma1.infn.it/~agostini/PRO/node260.html>

<http://digilander.libero.it/pnavato/frattali/>

<http://digilander.libero.it/robicox/manuali/html/mainr/node279.html>

http://w3.uniroma1.it/bancaefinanza/testi/Romano2001_2.htm

<http://poisson.phc.unipi.it/slam/didattica/didattica.htm> - [Pietro Bonfigli - *Tre metodi per la costruzione di un processo di Wiener*]

<http://caronte.dma.unive.it/~pianca/matfin/dinamica.ps>

<http://www.performancetrading.it/Documents/Frattale/AfrIndex.htm>

http://www.electroportal.net/vis_directory.php?id=118

<http://www.webfract.it/>

<http://www.frattali.it/indexnoframe.html>

<http://it.table.finance.yahoo.com/w?b=13&a=9&c=2004&e=15&d=10&f=2004&g=d&s=%5>

Emibtel

<http://it.table.finance.yahoo.com/k?s=^mibtel&g=d>