

# Profitto Iniziale Netto, a due tassi, di un progetto finanziario con poste fuzzy

CESARE ZUCCOTTI

Università di Pavia

Dipartimento di Ricerche Aziendali

Sezione di Matematica Generale ed Applicata.

e-mail: [czuccotti@eco.unipv.it](mailto:czuccotti@eco.unipv.it)

**Sommario** – Introduzione – PARTE I - PROFITTO INIZIALE NETTO, A DUE TASSI – 1.1 Ipotesi di base – 1.2 Progetto finanziario monopériodale – Esempio – Osservazioni – Progetto finanziario pluriperiodale – Esempio – Osservazioni – PARTE II – PROGETTO FINANZIARIO CON POSTE FUZZY: IL PIN – 2.1 Insiemi fuzzy – 2.2 Poste fuzzy di un progetto finanziario – 2.3 Progetto finanziario pluriperiodale a poste fuzzy – Esempio – Osservazioni – RIFERIMENTI BIBLIOGRAFICI

**Abstract** – Nella prima parte di questa nota, fatto un breve cenno al Rendimento Economico Attualizzato di un comune progetto finanziario, a poste esigibili con certezza, si mostra come sia possibile associare al progetto stesso alcune opportune operazioni finanziarie integrative, monopériodali, sia di costituzione di un capitale che di finanziamento.

Sulla base di tali operazioni, determinate in modo univoco, assunti i rispettivi tassi di valutazione, il progetto è via via ridotto con una successione di sottoprogetti, a esso equivalenti, ciascuno di durata inferiore al precedente. Una volta individuato il sottoprogetto di durata unitaria relativo al primo periodo, il processo ha termine con il calcolo dell'importo monetario che rappresenta il profitto netto del progetto finanziario, all'epoca zero. Sulla base del segno di tale valore, inoltre, è possibile caratterizzare il progetto come "favorevole - sfavorevole" oppure "indifferente" all'operatore finanziario in relazione ai due tassi che egli ha ritenuto più opportuni per le valutazioni. Le operazioni integrative che caratterizzano il progetto, infine, possono essere utilizzate per una qualificazione soggettiva del progetto stesso, come investimento, finanziamento o misto, ai due tassi adottati dall'operatore.

Nella seconda parte di questa nota, fatto un breve cenno alla logica fuzzy, viene considerato un progetto finanziario a poste fuzzy esigibili con certezza e, sulla base di quanto indicato nella prima parte, si presenta una metodologia atta alla determinazione del profitto iniziale netto di tale progetto.

A completamento della presente nota, infine, per rendere più agevole l'analisi dei progetti finanziari in esame, è allegata una cartella di lavoro EXCEL sia con riferimento ai comuni progetti finanziari che a quelli con poste fuzzy.

**Introduzione** – Il Rendimento Economico Attualizzato (*REA*) di un progetto economico – finanziario, come noto, è un importo monetario, all'epoca iniziale del progetto, ottenuto dall'attualizzazione delle poste del progetto stesso. Le valutazioni finanziarie sono effettuate al tasso ritenuto più adeguato dall'operatore finanziario che analizza il progetto.

Comunemente, però, l'applicazione di tale unico tasso sia alle poste negative che a quelle positive, suscita negli operatori notevoli perplessità. Per superare anche tale aspetto negativo del *REA*, nella presente nota si propongono modalità per individuare un indice di progetto, denominato *profitto iniziale netto (PIN)*. Al progetto finanziario in esame sono affiancate, in condizioni di certezza, opportune operazioni finanziarie integrative, monopériodali, sia di costituzione di un capitale e sia di finanziamento, ciascuna a un adeguato tasso di valutazione.

Tali operazioni integrative, che dipendono dal segno delle poste del progetto stesso, permettono di ridurre il progetto finanziario con una successione di sottoprogetti ciascuno dei quali è di un periodo più breve del precedente ma è a esso equivalente in quanto presenta come ultima posta il profitto del progetto residuo. L'ultimo sottoprogetto, riferito al primo periodo, è monopériodale e, operando all'opportuno tasso, è possibile ottenere il profitto iniziale netto del progetto in esame.

## Parte I

### PROFITTO INIZIALE NETTO, A DUE TASSI

Allo scopo di presentare con gradualità la procedura di calcolo del profitto iniziale netto, a due tassi, di un progetto, precisate le ipotesi di base, si fa riferimento, prima, a un progetto monoperiodale e, poi, a un progetto pluriperiodale, entrambi con poste come usualmente considerate.

#### 1.1 Ipotesi di base

Si consideri un progetto finanziario  $P_n$  costituito da flussi monetari in entrata (crediti) e in uscita (debiti), rispettivamente, assunti con segno positivo e negativo, descritti da un vettore a  $n$  componenti  $[p_0, p_1, \dots, p_h, \dots, p_n]$ , rispettivamente, esigibili in condizioni di certezza alle corrispondenti epoche<sup>1</sup>  $h$ , con  $h = 0, 1, \dots, n$ . Alcune di tali poste possono essere nulle, ma, come usualmente assunto, non tutte hanno lo stesso segno e l'ultima posta  $p_n$  è non nulla<sup>2</sup>.

Considerato un tasso d'interesse periodale  $i$ , con  $i > 0$ , in regime di capitalizzazione composta, è indicato con  $V_t(i)$  il valore a un istante  $t$ , con  $t \geq 0$ , delle poste del progetto, ottenuto come segue:

$$V_t(i) = \sum_{h=0}^n p_h (1+i)^{t-h}.$$

Nel caso sia  $t = 0$ , la grandezza  $V_0(i)$  rappresenta il *REA* del progetto.

Sia  $Q_h$  l'operazione integrativa monoperiodale, relativa al periodo  $h$ , con  $h = 1, 2, \dots, n$ , le cui poste  $q_{h-1}$  e  $q_h$  sono esigibili, rispettivamente, alle epoche  $h-1$  e  $h$ . Nel caso l'operazione  $Q_h$  sia, rispettivamente, di costituzione di un capitale oppure di finanziamento il tasso periodale da utilizzare per le valutazioni è  $i_c$  e  $i_f$ .

Quanto indicato nei confronti dei tassi  $i_c$  e  $i_f$ , costanti per l'intera durata del progetto, può essere riferito a tassi  $i_h^c$  e  $i_h^f$  relativi a ogni periodo  $h$ . Tali tassi sono utilizzati, come esempio, in uno dei fogli di lavoro della cartella EXCEL allegata alla presente nota.

---

<sup>1</sup> Le epoche di esigibilità delle entrate e delle uscite monetarie sono assunte periodiche, di periodo unitario, ma ciò non limita la generalità della trattazione in quanto, come noto, qualunque successione di poste, esigibili alle scadenze  $[t_0, t_1, \dots, t_n]$ , con  $j < n$ ,  $[t_k < t_{k+1}]$ ,  $k = 0, 1, \dots, j-1$ , può essere ricondotta allo schema indicato con l'introduzione delle necessarie entrate ed uscite nulle e con riferimento a una opportuna unità di misura del tempo.

<sup>2</sup> Nella teoria relativa ai progetti finanziari usualmente si assume che anche la posta  $p_0$  sia non nulla, ma nella presente nota è significativo anche il caso in cui sia  $p_0 = 0$  e il progetto presenti almeno due poste non nulle di segno opposto.

## 1.2 Progetto finanziario monopériodale

Sia  $P_1$  un progetto finanziario monopériodale, come su definito con  $n=1$ , costituito, quindi, da due sole poste di segno opposto, una esigibile all'epoca  $h=0$  e l'altra all'epoca  $h=1$ .

Nel caso di un investimento, la prima sarà di segno negativo e la seconda di segno positivo, mentre nel caso di un finanziamento i segni saranno tra loro scambiati.

Secondo la procedura proposta nella presente nota, allo scopo di calcolare il profitto iniziale netto,  $PIN$ , del progetto, all'epoca  $t=0$ , l'operatore finanziario ipotizza l'attivazione, a integrazione del progetto, di un'operazione  $Q_1$  monopériodale con poste  $q_0$  e  $q_1$ . Tale operazione integrativa potrà essere di due tipi come segue:

$$\text{costituzione di un capitale, al tasso } i_c, \text{ con poste} \quad q_0 = \frac{p_1}{1+i_c} \quad \text{e} \quad q_1 = -p_1;$$

$$\text{finanziamento, al tasso } i_f, \text{ con poste} \quad q_0 = \frac{p_1}{1+i_f} \quad \text{e} \quad q_1 = -p_1.$$

In particolare si avranno i due casi nel seguito esaminati.

Se la posta  $p_1$ , a fine periodo, è positiva (il progetto  $P_1$  è un investimento), l'operatore, all'inizio del periodo, ipotizza un finanziamento, al tasso  $i_f$ , per il massimo importo che potrà essere rimborsato, a fine periodo, utilizzando la posta  $p_1$  resa disponibile dal progetto  $P_1$ . La somma algebrica tra le poste  $p_1$  e  $q_1$ , a fine periodo, è, perciò, nulla, mentre quella tra le poste, all'epoca  $h=0$ , fornisce il profitto iniziale netto  $W_0$  cercato:  $W_0 = p_0 + q_0$ .

Nel caso  $W_0$  sia positivo, tale valore rappresenta il capitale che l'operatore può distogliere dal progetto  $P_1$  senza compromettere l'attivazione del progetto stesso con il finanziamento  $q_0$ . Il valore  $W_0$  è un beneficio netto, all'epoca  $h=0$ , che l'operatore può ottenere dal progetto e il progetto può essere considerato FAVOREVOLE all'operatore in relazione al tasso  $i_f$  adottato.

Nel caso  $W_0$  sia negativo, tale valore rappresenta il capitale che l'operatore dovrebbe aggiungere alla posta  $q_0$  del finanziamento per poter attivare il progetto. Il capitale  $W_0$  è, quindi, un onere netto per l'operatore e il progetto può essere considerato a lui SFAVOREVOLE in relazione a quel tasso.

Se la posta  $p_1$ , a fine periodo, è negativa (il progetto  $P_1$  è un finanziamento), l'operatore, all'inizio del periodo, ipotizza un'operazione di costituzione, al tasso  $i_c$ , per ottenere a fine periodo un capitale  $q_1$  col quale far fronte all'impiego di capitale  $p_1$  previsto dal progetto. La somma algebrica tra le poste  $p_1$  e  $q_1$ , a fine periodo, è, perciò, nulla, mentre quella tra le poste, all'epoca  $h=0$ , fornisce il profitto iniziale netto  $W_0$  cercato, con, come già precisato:  $W_0 = p_0 + q_0$ .

Nel caso  $W_0$  sia positivo, tale valore rappresenta il capitale che l'operatore può distogliere dal progetto come beneficio netto all'epoca  $h=0$ , utilizzando la parte residua della posta  $p_0$ , pari a  $q_0$ , allo scopo di costituire un capitale pari a  $p_1$  da rimborsare a fine periodo. Il progetto può essere considerato FAVOREVOLE all'operatore in relazione al tasso  $i_c$  adottato.

Nel caso  $W_0$  sia negativo, tale valore è un onere netto per l'operatore e rappresenta il capitale che egli dovrebbe aggiungere alla posta  $p_0$  per ottenere la posta  $q_0$  necessaria alla costituzione del capitale  $q_1$  con cui far fronte, all'epoca  $h=1$ , al capitale  $p_1$  previsto dal progetto. Il progetto  $P_1$ , perciò, è SFAVOREVOLE all'operatore in relazione a quel tasso.

Quanto su esposto può essere schematizzato come segue.

$p_1$	$q_0$	$q_1$	$Q_1$	$i$	$q_0$	$q_1$	$W_0 = p_0 + q_0$	$P_1$
+	+	-	FINANZIAMENTO	$i_f$	$\frac{p_1}{1+i_f}$	$-p_1$	+	FAVOREVOLE
							-	SFAVOREVOLE
-	-	+	COSTITUZIONE	$i_c$	$\frac{p_1}{1+i_c}$	$-p_1$	+	FAVOREVOLE
							-	SFAVOREVOLE

### Esempio

Per un più agevole approfondimento delle caratteristiche della procedura proposta per il calcolo del profitto iniziale netto  $W_0$  di un progetto, nel seguente esempio, si considerano due operatori finanziari. L'operatore  $A$  assume i tassi periodali  $i_c$  ed  $i_f$ , rispettivamente, pari al 4% e al 6%, mentre l'operatore  $B$  assume tali tassi pari al 12% e al 14%.

Sia  $P_1$  un progetto di investimento, dotato di un Tasso Interno di Rendimento (TIR) del 10% periodale, rappresentato nel seguente modo:

$h$	0	1
$P_1: p_h$	-100,00	+110,00

Tale progetto è integrato dall'operazione  $Q_1$  di finanziamento la cui posta  $q_1$  è calcolata al tasso  $i_f$ , assunto dall'operatore, ottenendo, nei confronti di ciascuno dei due operatori, i valori come rappresentato nel seguente prospetto.

$h$			0	1
$P_1: p_h$			-100,00	+110,00
	operatore	tasso		
$q_h$	$A$	6%	+103,77	-110,00
	$B$	14%	+96,49	-110,00
$W_0$	$A$	6%	+3,77	
	$B$	14%	-3,51	

Dall'esame di quanto sopra si osserva che la posta  $p_1$  del progetto  $P_1$ , a fine periodo, permette il rimborso di un finanziamento, stipulato all'epoca  $h=0$ , dagli operatori  $A$  e  $B$  per un importo, rispettivamente, di 103,77 e di 96,49.

Tenendo conto della posta  $p_0$ , il progetto  $P_1$  assicura all'operatore  $A$  un beneficio

netto, oggi, di importo 3,77.

Per quanto riguarda, invece, l'operatore  $B$  il finanziamento ottenibile oggi non è sufficiente all'attivazione del progetto e, quindi, l'operatore  $B$  dovrebbe sostenere un esborso di importo 3,51.

Gli importi da incassare e da investire, rispettivamente, pari a 3,77 e 3,51, corrispondono al profitto iniziale netto  $W_0$  del progetto per gli operatori  $A$  e  $B$ , rispettivamente, pari a +3,77 e -3,51.

In considerazione del segno di  $W_0$ , il progetto  $P_1$ , inoltre, può essere considerato, nei confronti dei due operatori e al tasso  $i_f$  assunto, rispettivamente FAVOREVOLE e SFAVOREVOLE.

Si osserva che tale diversità di valutazione da parte dei due operatori è dovuta alla scelta dei tassi  $i_f$  assunti da  $A$  e  $B$ , rispettivamente, inferiore e superiore al  $TIR$ , del progetto  $P_1$ .

Sia ora  $-P_1$  il progetto di finanziamento, con poste di segno opposto rispetto a quelle di  $P_1$ , rappresentato nel seguente modo:

$h$	0	1
$-P_1: p_h$	+100,00	-110,00

Tale progetto è integrato dall'operazione  $Q_1$  di investimento la cui posta  $q_1$  è calcolata al tasso  $i_c$ , assunto dall'operatore, ottenendo, nei confronti di ciascuno dei due operatori, i valori come rappresentato nel seguente prospetto.

$h$		0	1
$-P_1: p_h$		+100,00	-110,00
	operatore	tasso	
$q_h$	$A$	4%	-105,77
	$B$	12%	-98,21
$W_0$	$A$	4%	-5,77
	$B$	12%	+1,79

Dall'esame di quanto sopra si osserva che, per far fronte all'esborso costituito dalla posta  $p_1$  del progetto  $P_1$ , a fine periodo, gli operatori  $A$  e  $B$  ipotizzano di attivare, all'epoca  $h=0$ , una operazione di costituzione di capitale con un importo, rispettivamente, di 105,77 e di 98,21. Tenendo conto della posta  $p_0$ , il progetto  $P_1$  impone all'operatore  $A$  un esborso, all'epoca  $h=0$ , di importo 5,77.

Per quanto riguarda, invece, l'operatore  $B$ , la posta  $p_0$ , superiore al capitale da investire oggi, consente un beneficio netto di importo pari a 1,79.

Gli importi da investire e da incassare all'epoca  $h=0$ , rispettivamente, pari a 5,77 e 1,79

corrispondono al profitto iniziale netto  $W_0$  del progetto per gli operatori  $A$  e  $B$ ,

rispettivamente, pari a  $-5,77$  e  $+1,79$ .

In considerazione del segno di  $W_0$ , il progetto  $P_1$ , inoltre, può essere considerato, nei confronti dei due operatori e al tasso  $i_c$  assunto, rispettivamente SFAVOREVOLE e FAVOREVOLE.

La diversità di valutazione da parte dei due operatori, come già osservato nei confronti del progetto  $P_1$ , è dovuta alla scelta dei tassi assunti da  $A$  e  $B$ , rispettivamente, inferiore e superiore al Tasso Interno di Costo, anch'esso del 10%, del progetto  $-P_1$ .

### Osservazioni

Si osserva che il profitto iniziale netto,  $PIN$ , riferito a un progetto monopériodale  $P_1$  di investimento o di finanziamento, coincide con il  $REA$  del progetto, al tasso  $i$ , rispettivamente, pari a  $i_c$  oppure a  $i_f$ . Emerge, però, il significato diverso tra il  $PIN$  e il  $REA$  applicando tali indici ai progetti  $P_1$  e  $-P_1$ .

Nel caso del  $REA$ , calcolato al tasso  $i$ , ad esempio del 5%, con riferimento a entrambi i progetti, il valore ottenuto è uguale in valore assoluto.

Nel caso del  $PIN$  non si verifica la stessa situazione in quanto le valutazioni sono effettuate nei confronti di specifiche operazioni integrative di costituzione di capitale e di finanziamento e, in tal caso, è usuale adottare tassi diversi. Per tale motivo il profitto iniziale netto  $W_0$  di  $P_1$  risulta diverso da quello di  $-P_1$ .

Negli esempi su considerati è stato utilizzato di volta in volta uno solo dei due tassi adottati dall'operatore, mentre tali tassi, di solito, sono entrambi utilizzati nel caso di un progetto pluriperiodale  $P_n$  costituito da un numero di poste non nulle superiore a due. Tale situazione finanziaria è esaminata nel paragrafo che segue.

### 1.3 Progetto finanziario pluriperiodale

Sia  $P_n$  un progetto finanziario pluriperiodale come precedentemente definito, con  $n > 1$ , del quale si voglia determinare il profitto iniziale netto,  $PIN$ , a due tassi. A tale scopo, in relazione all'ultimo periodo  $[n-1; n]$ , si individua l'operazione integrativa  $Q_n$  come precisato in riferimento a un progetto monopériodale.

Nel caso l'ultima posta  $p_n$  sia negativa oppure positiva, l'operazione integrativa  $Q_n$  è, rispettivamente, una costituzione di capitale, al tasso  $i_c$ , o un finanziamento, al tasso  $i_f$ , ed è caratterizzata dalla prima posta  $q_{n-1}$  e dalla seconda posta  $q_n$ , rispettivamente esigibili all'epoca  $n-1$  e all'epoca  $n$ . La posta  $q_{n-1}$  ha importo pari al valore, all'epoca  $n-1$ , della posta  $p_n$  mentre la posta  $q_n$  ha importo pari all'opposto della posta  $p_n$  del progetto. Si ha, quindi, quanto segue:

$p_n$	$q_{n-1}$	$q_n$	$Q_n$	$i$	$q_{n-1}$	$q_n$
+	+	-	FINANZIAMENTO	$i_f$	$\frac{p_n}{1+i_f}$	$-p_n$
-	-	+	COSTITUZIONE	$i_c$	$\frac{p_n}{1+i_c}$	$-p_n$

Determinata la posta  $q_{n-1}$ , valore della posta  $p_n$  del progetto, all'epoca  $n-1$ , è possibile calcolare il *profitto del progetto residuo*  $w_{n-1}$ , alla stessa epoca  $n-1$ , come somma algebrica tra le poste  $p_{n-1}$  e  $q_{n-1}$ ; si ha quindi  $w_{n-1} = p_{n-1} + q_{n-1}$ .

Si osserva a tal proposito che  $w_{n-1}$  è il profitto netto, all'epoca  $n-1$ , delle poste del progetto  $P_n$  che non precedono tale epoca.

Il progetto originario  $P_n$  può essere ridotto a un sottoprogetto  $P_{n-1}$  con le poste coincidenti con quelle  $p_h$  del progetto  $P_n$ , con  $h=0,1,\dots,n-2$ , mentre la posta all'epoca  $n-1$  è assunta pari a  $w_{n-1}$ . Il sottoprogetto  $P_{n-1}$  ha durata  $n-1$  ed ha lo stesso profitto iniziale netto del progetto  $P_n$ . Si può, poi, ripetere per ogni sottoprogetto  $P_h$ , con  $h=1,\dots,n-1$ , quanto su precisato facendo riferimento all'ultima posta  $w_h$  di  $P_h$ , profitto del progetto residuo, all'epoca  $h$ , relativo, cioè, alle poste di  $P_n$  che non precedono l'epoca  $h$ .

Quanto su indicato per ogni sottoprogetto  $P_h$  può essere precisato come segue:

$w_h$	$q_{h-1}$	$q_h$	$Q_h$	$i$	$q_{h-1}$	$q_h$
+	+	-	FINANZIAMENTO	$i_f$	$\frac{w_h}{1+i_f}$	$-w_h$
-	-	+	COSTITUZIONE	$i_c$	$\frac{w_h}{1+i_c}$	$-w_h$

Una volta individuata l'operazione integrativa  $Q_1$  riferita al primo periodo, il procedimento ha termine con il calcolo del profitto del progetto residuo  $w_0$ , all'epoca  $h=0$ . Tale valore rappresenta, nel senso sopra descritto, il profitto iniziale netto del progetto  $P_n$ .

Il profitto iniziale netto  $W_0$  del progetto  $P_n$ , qualora positivo, permette di caratterizzare il progetto come FAVOREVOLE all'operatore finanziario ed è il capitale che, come già precisato, può essere distolto dal progetto, all'epoca  $h=0$ , mentre il progetto può essere attivato dall'operatore senza ulteriori esborsi o incassi di capitali ma solo eseguendo le successive operazioni integrative che sono state via via evidenziate. Tali operazioni, infatti, al tasso che le caratterizza, garantiscono nei confronti del progetto, per tutta la sua durata, l'immissione di capitale o l'assorbimento dei flussi positivi, alle epoche previste.

Nel caso si abbia  $W_0=0$ , il progetto può essere considerato INDIFFERENTE all'operatore finanziario e il progetto può essere attivato senza esborsi o incassi di capitale.

Nel caso si abbia  $W_0 < 0$ , il progetto può essere considerato SFAVOREVOLE all'operatore finanziario e il progetto per essere attivato richiede l'immissione iniziale di capitale per un importo pari a  $|W_0|$ .

## Esempio

A illustrazione di quanto su esposto si considera il progetto  $P_5$  caratterizzato dalle

seguenti cinque poste:

<i>h</i>	0	1	2	3	4	5
<b><i>P</i><sub>5</sub></b> : <i>p<sub>h</sub></i>	+ 68,08	– 50,00	– 12,33	0,00	+ 110,00	– 100,00

e se ne calcola il profitto iniziale netto effettuando le valutazioni ai tassi periodali di costituzione di capitale  $i_c$  e di finanziamento  $i_f$ , rispettivamente, del 4% e del 6%.

Osservato che l'ultima posta  $p_5$  è negativa, l'operazione integrativa  $Q_5$  è una costituzione di capitale. La posta  $q_4$  rappresenta il capitale da investire all'epoca  $h = 4$ , al tasso del 4%, con lo scopo di costituire, alla fine del quinto periodo, la posta  $q_5$  di importo 100,00 corrispondente al flusso negativo  $p_5$  del progetto  $P_5$ .

In relazione all'operazione integrativa  $Q_5$ , il calcolo di  $q_5$ , di  $q_4$  e del profitto del progetto residuo  $w_4$ , sono effettuati come segue:

$$q_5 = -p_5 = +100,00, \quad q_4 = \frac{-100}{1+0,04} = -96,15, \quad w_4 = p_4 + q_4 = +13,85.$$

L'operazione integrativa monopériodale  $Q_5$  e il sottoprogetto  $P_4$  possono essere schematizzati come segue:

<i>h</i>	0	1	2	3	4	5
<i>P</i> <sub>5</sub> : <i>p<sub>h</sub></i>	+ 68,08	– 50,00	– 12,33	0,00	+110,00	– 100,00
<b><i>Q</i><sub>5</sub></b> : <i>q<sub>h</sub></i>					– 96,15	+100,00
<i>w</i> <sub>4</sub>					+13,85	
<b><i>P</i><sub>4</sub></b> : <i>p<sub>h</sub></i>	+68,08	– 50,00	– 12,33	0,00	+13,85	

Determinato, come su precisato, il sottoprogetto  $P_4$ , si osserva che l'ultima posta  $w_4$  è positiva e, quindi, l'operazione integrativa  $Q_4$  è un finanziamento. La posta  $q_3$  rappresenta il capitale che ottenuto in finanziamento, all'epoca  $h = 3$ , al tasso del 6%, è possibile rimborsare, alla fine del quarto periodo, con la posta  $q_4$  di importo 13,85, corrispondente al flusso positivo  $w_4$  del sottoprogetto  $P_4$ .

In relazione all'operazione integrativa  $Q_4$ , il calcolo di  $q_4$ , di  $q_3$  e del profitto del progetto residuo  $w_3$ , sono effettuati come segue:

$$q_4 = -w_4 = -13,85, \quad q_3 = \frac{+13,85}{1+0,06} = +13,07, \quad w_3 = p_3 + q_3 = +13,07.$$

L'operazione integrativa  $Q_4$  e il sottoprogetto  $P_3$  possono essere schematizzati come segue:

<i>h</i>	0	1	2	3	4	5
<i>P</i> <sub>4</sub> : <i>p<sub>h</sub></i>	+ 68,08	– 50,00	– 12,33	0,00	+ 13,85	
<b><i>Q</i><sub>4</sub></b> : <i>q<sub>h</sub></i>				+ 13,07	– 13,85	
<i>w</i> <sub>3</sub>				+ 13,07		
<b><i>P</i><sub>3</sub></b> : <i>p<sub>h</sub></i>	+ 68,08	– 50,00	– 12,33	+ 13,07		

Osservato che l'ultima posta  $w_3$  del sottoprogetto  $P_3$  è positiva, l'operazione integrativa  $Q_3$  è un finanziamento e si ha quanto segue:

$$q_3 = -w_3 = -13,07, \quad q_2 = \frac{+13,07}{1+0,06} = +12,33, \quad w_2 = p_2 + q_2 = 0.$$

L'operazione integrativa  $Q_3$  e il sottoprogetto  $P_2$  possono essere schematizzati come segue:

$h$	<b>0</b>	<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	4	5
$P_3: p_h$	+ 68,08	- 50,00	- 12,33	+ 13,07		
$Q_3: q_h$			+ 12,33	- 13,07		
$w_2$			0,00			
$P_2: p_h$	+ 68,08	- 50,00	0,00			

Nell'esempio in esame il sottoprogetto  $P_2$  presenta la posta  $w_2$  nulla e, perciò, l'operazione integrativa  $Q_2$  ha entrambe le poste nulle. Si ha, quindi, quanto segue:

$h$	<b>0</b>	<b>1</b>	<b>2</b>	3	4	5
$P_2: p_h$	+ 68,08	- 50,00	0,00			
$Q_2: q_h$		<b>0,00</b>	<b>0,00</b>			
$w_1$		- 50,00				
$P_1: p_h$	+ 68,08	- 50,00				

La seconda posta  $w_1$  del sottoprogetto  $P_1$  è negativa, e quindi l'operazione integrativa  $Q_1$  è una costituzione di capitale; si ha, infine, quanto segue:

$$q_1 = -w_1 = +50,00, \quad q_0 = \frac{-50}{1+0,04} = -48,08, \quad w_0 = p_0 + q_0 = +20,00 = W_0.$$

Osservato che il profitto del progetto residuo  $w_0$  è il profitto iniziale netto  $W_0$  del progetto  $P_5$ , all'epoca  $h=0$ , l'operazione integrativa  $Q_1$  può essere schematizzata come segue:

$h$	<b>0</b>	<b>1</b>	2	3	4	5
$P_1: p_h$	+ 68,08	- 50,00				
$Q_1: q_h$	- 48,08	+ 50,00				
$W_0$	+ 20,00					

Il progetto  $P_5$ , perciò, ha il PIN pari a € +20,00 e il progetto può essere considerato FAVOREVOLE all'operatore finanziario.

## Osservazioni

In relazione al problema della scelta tra progetti finanziari si può osservare che il profitto iniziale netto,  $PIN$ , determina un quasi-ordine totale<sup>3</sup> nell'insieme dei progetti fattibili e alternativi relativi all'operatore finanziario; in tale ambito, naturalmente, sarà preferibile il progetto con il massimo  $PIN$ .

Con particolare riguardo a un progetto pluriperiodale, si osserva che il  $PIN$ , in genere, è diverso dal  $REA$  del progetto stesso. I due valori coincidono solo qualora al progetto siano associate operazioni integrative tutte di costituzione di capitale o tutte di finanziamento e il  $REA$  sia calcolato, rispettivamente, al tasso  $i_c$  ed  $i_f$ . Il profitto iniziale netto di un progetto, inoltre, permette di superare quegli aspetti del  $REA$  che suscitano perplessità negli operatori dovuti all'utilizzo di un unico tasso di valutazione sia per le poste positive che per quelle negative.

La procedura qui proposta, seppur simile per alcuni aspetti a quella del  $TRM$ , consente di associare al progetto una successione di tassi, in genere, diversa da quella associabile con l'utilizzo del  $TRM$ . Nel presente caso, infatti, l'operazione integrativa ed il relativo tasso sono determinati dal segno del profitto del progetto residuo alla fine di ciascun periodo, mentre, nel caso del  $TRM$ , la scelta del tasso, per il calcolo di un saldo, è effettuata sulla base del segno del saldo all'inizio del periodo.

La coppia di tassi, uno il tasso  $i_c$  di costituzione di capitale, l'altro il tasso  $i_f$  di finanziamento, assunta dall'operatore finanziario, per il calcolo del profitto iniziale netto del progetto, permette di individuare una successione di tassi che dipende in modo univoco dalle poste del progetto stesso. Per tale motivo, la successione individuata può essere utilizzata per la qualificazione del progetto come progetto di investimento o di finanziamento o misto, in riferimento a quei tassi, a seconda che, rispettivamente, tutti i tassi  $i_f$  precedano, oppure seguano i tassi  $i_c$  oppure non presentino nessuno dei due ordini di precedenza come verificatosi nel caso del progetto  $P_5$ .

Nello stesso tempo, inoltre, si determina una successione di operazioni integrative di investimento e di finanziamento sulla base delle quali è possibile la qualificazione del progetto come progetto di investimento o di finanziamento o misto, in riferimento a quei tassi, a seconda che, rispettivamente, tutte le operazioni di finanziamento precedano quelle di investimento oppure non presentino nessuno dei due ordini di precedenza come verificatosi nel caso del progetto  $P_5$ .

Per un immediato calcolo del profitto iniziale netto di un progetto, secondo la procedura presentata nella presente nota, è possibile utilizzare la cartella di lavoro EXCEL allegata. Con tale strumento, allo scopo di effettuare una completa e approfondita analisi dei progetti, è possibile cercare gli intervalli di valori relativi ai tassi  $i_c$  ed  $i_f$  in modo che, se è il caso, al progetto siano associate entrambi i tipi di operazioni integrative oppure ne sia associato uno solo dei due tipi, oppure le operazioni integrative di un tipo precedano tutte le operazioni integrative dell'altro tipo.

Interessante è, altresì, la ricerca degli intervalli di valori relativi ai tassi che consentono di caratterizzare il progetto come favorevole all'operatore finanziario e, in

<sup>3</sup> L'ordinamento indotto è *totale* perché tutti i progetti sono dotati di  $PIN$  ed è un *quasi-ordine*, perché progetti diversi possono avere lo stesso  $PIN$ .

tale ambito, l'individuazione dei tassi che consentono il massimo *PIN*.

Nella cartella di lavoro EXCEL si fa riferimento sia ai comuni progetti finanziari, come descritti in tale prima parte della presente nota, e sia ai progetti finanziari con poste certe, di tipo fuzzy, come presentato nella seconda parte che segue.

**La Parte II è su altro file. Per aprirlo, tornare alla pagina iniziale della RIVISTA**